



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ
Centre de Conception de Systèmes Intégrés

**Introduction à
l'ÉLECTRONIQUE
pour
ingénieurs physiciens
(I)**

Professeur Daniel MLYNEK

Physiciens, semestre III

Lausanne, 1996



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

DÉPARTEMENT D'ÉLECTRICITÉ
Centre de Conception de Systèmes Intégrés

**Introduction à
l'ÉLECTRONIQUE
pour
ingénieurs physiciens
(I)**

Professeur Daniel MLYNEK

**Physiciens, semestre III
Lausanne, 1996**

TABLE DES MATIERES

Leçon I:

I.1. EFFET RÉSISTIF ET RÉSISTANCES	5
1.1. Effet résistif et loi d'ohm.....	5
1.2. La résistance comme phénomène physique.....	5
1.3. La résistance comme concept électrotechnique.....	6
1.3.1. Résistance statique:.....	6
1.3.2. Résistance dynamique:.....	6
1.3.3. Symbole associé:.....	6
1.4. La résistance comme composant physique.....	6
1.5. Résistance d'une tige conductrice:.....	7
1.6. Association de résistances :.....	7
I.2. RELATIONS DE KIRCHHOFF	8
2.1. Dipôles, quadripôles et graphes.....	8
2.1.1. Dipôle.....	8
2.1.2. Quadripôle.....	9
2.1.3. Réseau (de Kirchhoff).....	9
2.2. Les relations de Kirchhoff.....	10
2.2.1. Énoncé.....	10
2.2.2. Exemple.....	10
2.3. Loi des mailles: justification physique.....	11
2.3.1. Loi d'induction.....	11
2.3.2. Potentiel électrostatique.....	11
2.3.3. Circuit à constantes localisées ou réparties.....	12
2.3.4. Résumé: la loi des mailles.....	12
2.5. Loi des noeuds: justification physique.....	13
2.5.1. Conservation de la charge.....	13
2.5.2. Approximation quasi statique.....	13
2.5.3. Résumé: la loi des noeuds.....	13
2.6. Limites et discussion du modèle de Kirchhoff.....	14
2.6.1. Causalité.....	14
2.6.2. Espace.....	14
2.6.3. Vitesses de propagation.....	15

I.3. SOURCES DE TENSION ET DE COURANT.....	16
3.1. Sources indépendantes idéales et affines	16
3.1.1. Sources idéales.....	16
3.1.2. Sources affines: exemple d'une pile.....	17
3.1.3. Représentations de Thévenin et de Norton	17
3.2. Sources dépendantes idéales et affines.....	18
3.2.1. Définition: sources commandées, dépendantes	18
3.2.2. Représentation de quadripôles à l'aide d'une source commandée	19
3.3. Impédance de source, impédance de charge.....	19
3.4. Association de sources.....	20
3.4.1. Sources de tension en série.....	20
3.4.2. Sources de courant en parallèle	21
3.4.3. Sources de tension en parallèle.....	21
3.4.4. Sources de courant en série.....	21
I.4. THÉVENIN, NORTON, SUPERPOSITION	22
4.1. Système linéaire et principe de superposition	22
4.1.1. Linéarisation et domaine de linéarité.....	22
4.1.2. Principe de superposition.....	22
4.1.3. Conséquence du principe de superposition.....	23
4.2. Théorèmes de Thévenin et de Norton.....	23
4.2.1. Théorème de Thévenin.....	23
4.2.2. Théorème de Norton	24
I.5. EXERCICES.....	25
5.1. Résistance, paramètres géométriques	25
5.2. Association de résistances.....	25
5.3. Application des relations de Kirchhoff.....	25
5.4. Résolution par Kirchhoff d'un dipôle électrique.....	25
5.5. Dualité Norton-Thévenin.....	26
5.6. Représentation de quadripôles à l'aide d'une source commandée	26
5.7. Impédance de source, impédance de charge.....	26
5.8. Application du principe de superposition.....	27
5.9. Équivalents de Thévenin et de Norton	28
5.10. Équivalents de Thévenin et de Norton.....	28
5.11. Équivalents de Thévenin et de Norton.....	28
5.12. Équivalents de Thévenin et de Norton.....	28
5.13. Équivalents de Thévenin et de Norton.....	29
5.14. Équivalents de Thévenin et de Norton.....	29

Leçon II:

II.1. EFFET RÉSISTIF, LOI D'OHM ET RÉSISTANCES	35
1.1. Effet résistif.....	35
1.2. Loi d'ohm.....	35
1.3. La résistance: phénomène physique.....	35
1.4. La résistance: concept électrotechnique.....	36
1.4.1. Résistance statique:.....	36
1.4.2. Résistance dynamique:.....	36
1.4.3. symbole associé:.....	36
1.5. La résistance: des composants technologiques	36
1.5.1. Le composant normalisé.....	36
1.5.2. Le composant à résistance variable manuellement: le potentiomètre.....	37
1.5.3. Autres exemples de composants résistifs.....	38
1.6. Résistance d'une tige conductrice	38
1.7. Linéarité et autonomie d'une résistance.....	39
1.8. Analogie mécanique de la résistance	39
II.2. EFFET AUTO INDUCTIF, INDUCTANCES ET BOBINES.....	40
2.1. Effet auto inductif	40
2.2. Coefficient d'auto-induction et caractéristique d'une inductance	40
2.2.1. Flux d'induction magnétique.....	40
2.2.2. Coefficient d'auto-induction	40
2.2.3. Caractéristique courant-tension d'une inductance	41
2.3. L'auto-induction: un phénomène physique	41
2.4. L'inductance: un concept électrotechnique	41
2.5. La bobine: un composant technologique	41
2.6. Inductance d'un solénoïde	43
2.7. Linéarité, autonomie	43
2.8. Analogie mécanique de l'inductance	43

II.3. EFFET CAPACITIF ET CAPACITÉ.....	44
3.1. Effet capacitif	44
3.2. Capacité et caractéristique courant-tension	44
3.2.1. Définition de la capacité d'un dispositif.....	44
3.2.2. Caractéristique courant-tension d'une capacité.....	44
3.3. L'accumulation de charges: un phénomène physique.....	45
3.4. La capacité: un concept électrotechnique.....	45
3.5. Le condensateur: un élément technologique.....	45
3.5.1. Quelques types de condensateurs:.....	46
3.6. Capacité d'un condensateur à plaques	47
3.7. Linéarité et autonomie des condensateurs	47
3.8. Analogie mécanique de la capacité.....	47
II.4. COMMENTAIRES PHYSIQUES.....	48
4.1. L'analogie électromécanique: un outil d'interfaçage.....	48
4.2. Le transformateur.....	48
4.2.1. Transformateur: modélisation simple.....	48
4.2.2. Exemple d'utilisation: transformation des amplitudes.....	49
4.2.3. Notions de masse et de terre.....	50
4.2.4. Transformateur: découplage de masses	50
4.2.5. Le transformateur alimenté et chargé	51
4.2.6. Modèle de transformateur plus élaboré.....	52
4.3. Circuit RLC et oscillateur mécanique	52
4.4. Relation courant-tension: loi d'ohm généralisée	52
II.5. EXERCICES.....	53
5.1. Charge d'une inductance	53
5.2. Charge d'une capacité.....	53
5.3. Charge d'un circuit RC.....	54
5.4. Analogie Kirchhoff-Newton	54
5.5. Calcul de la charge d'un transformateur	55
5.6. Circuit RLC et oscillateur mécanique	55

Leçon III:

III.1. CARACTÉRISTIQUES DE SIGNAUX PÉRIODIQUES	61
1.1. Amplitude du signal.....	61
1.2. Fréquence du signal.....	61
1.3. Valeur crête-à-crête (peak-to-peak : ptp).....	61
1.4. Valeur moyenne (average, mean)	61
1.5. Valeur efficace (root mean square: RMS)	61
III.2. PUISSANCE D'UN DIPÔLE.....	62
2.1. Puissance instantanée.....	62
2.2. Exemple et convention de signe	62
2.3. Puissance moyenne.....	62
III.3. RÉGIME SINUSOÏDAL	63
3.1. Grandeurs typiques en régime sinusoïdal	63
3.2. Puissances actives et réactives.....	63
3.3. Notation de Fresnel.....	64
3.4. Exemple: circuit RC en régime sinusoïdal.....	65
3.5. La notion d'impédance	65
3.5.1. Justification théorique.....	65
3.5.2. Impédance des trois éléments passifs de base.....	66
3.5.3. Impédance d'une bobine.....	66
3.5.4. Impédance d'un condensateur	66
3.6. Gain, atténuation et décibels	67
3.6.1. Gain.....	67
3.6.2. Gain en puissance	67
3.6.3. Exemple d'un filtre passe-bande.....	68
III.4. ASSOCIATIONS D'IMPÉDANCES	69
4.1. Cas général d'association de dipôles.....	69
4.1.1. Association en parallèle.....	69
4.1.2. Association en série	69
4.2. Association de dipôles non linéaires (caractéristique statique).....	70
4.3. Association de dipôles linéaires	70
4.3.1. Impédances pour les dipôles linéaires.....	70
4.3.2. Cas des trois dipôles passifs de base :	70

III.5. EXERCICES.....	71
5.1. Caractéristiques du signal périodique triangulaire	71
5.2. Inductance en régime sinusoïdal.....	71
5.3. Valeur efficace d'une tension sinusoïdale	71
5.4. Facteur de forme.....	71
5.5. Puissance réactive	71
5.6. Impédances des éléments de base	72
5.7. Modèle d'une bobine.....	72
5.8. Modèle d'un condensateur	72
5.9. Bande passante	73
5.10. Calculs d'impédances	73
5.11. Représentation d'impédance.....	73
5.12. Générateur à impédance de sortie capacitive.....	74
5.13. Ligne de transmission	74

Leçon IV:

IV.1. ANALYSE FRÉQUENTIELLE EXPÉRIMENTALE.....	79
1.1. Définition: analyse harmonique expérimentale.....	79
1.2. Diagrammes de Bode	79
1.3. Ordre du système et pente du gain.....	80
1.4. Exemple de diagramme de Bode.....	81
IV.2. ANALYSE FRÉQUENTIELLE À L'AIDE DES NOMBRES COMPLEXES.....	82
2.1. Exemple typique: le circuit RC passe-bas	82
2.2. Exemple typique: circuit RC passe-haut.....	83
IV.3. REMARQUES GÉNÉRALES	85
3.1. Analyse fréquentielle par Fourier.....	85
3.2. Simulation et analogie mécanique	85
3.3. Remarque: les filtres électroniques	85

IV.4. EXERCICES.....	87
4.1. Lecture d'un diagramme de Bode.....	87
4.3. Circuit RC en situation réelle	88
4.4. Diagrammes de Bode	88
4.5. Diagrammes de Bode	88
4.6. Fonctions de transfert.....	89
4.7. Analyse harmonique	89
4.9. Diagramme de Bode	90
4.10. Analyse harmonique.....	90

Leçon V:

V.1. RÉGIME TRANSITOIRE ET RÉGIME PERMANENT	95
1.1. Définition.....	95
1.2. Exemple: Circuit RC.....	95
V.2. RÉGIME LIBRE ET RÉGIME FORCÉ	97
2.1. Définition.....	97
2.2. Exemple du circuit RC.....	97
2.3. Remarques sur les différents régimes.....	97
V.3. CALCUL OPÉRATIONNEL: LA TRANSFORMATION DE LAPLACE.....	99
3.1. Transformation de Laplace.....	99
3.2. Langage	99
3.3. Quelques propriétés.....	99
3.4. Fonction de transfert complexe.....	100
3.5. Exemple: Circuit RC passe-bas.....	100
3.7. Tables de quelques transformées.....	102
V.4. EXERCICES.....	103
4.1. Temps d'établissement du premier ordre.....	103
4.2. Circuit du second ordre.....	103
4.3. Exemple: Circuit RC passe-bas.....	104
4.4. Réponse indicielle.....	104
4.5. Réponse à signal carré.....	104
4.6. Réponse harmonique et indicielle	105

VI.1. LES SÉRIES DE FOURIER	111
1.1. Série de Fourier complexe.....	111
1.2. Spectre fréquentiel.....	111
1.3. Exemple: décomposition d'un train d'impulsions	112
1.4. Séries de Fourier réelles	113
1.5. Taux de distorsion harmonique.....	114
VI.2. LA TRANSFORMATION DE FOURIER.....	115
2.1. Transformation de Fourier: définition.....	115
2.2. Spectre d'amplitude et spectre de phase	115
2.3. Exemple:.....	115
2.4. Remarques	116
2.5. Fonction de transfert	117
2.6. Exemple: cellule RC excitée par un échelon unité	118
2.6. Table illustrée, transformées de Fourier (1/3).....	119
Table illustrée de transformées de Fourier (2/3).....	120
Table illustrée de transformées de Fourier (3/3).....	121
2.6. Opérations dans les domaines temporel et fréquentiel.....	122
VI.3. EXERCICES	123
3.1. Spectre unilatéral	123
3.2. Développement de Fourier d'un signal carré.....	123
3.3. Distorsion anharmonique.....	123

Leçon VII:

VII.1. REMARQUES SYSTÉMIQUES EN ÉLECTRICITÉ	129
1.1. Remarque sur les erreurs en électronique.....	129
1.1.1. Source d'imprécision: la tolérances des éléments.....	129
1.1.2. Autres sources d'erreurs fixes	129
1.1.3. Erreurs de nature aléatoire	129
1.1.4. Problème de bruit: transmission dans une ligne.....	130
1.1.5. La précision: une partie d'un cahier des charges.....	130
1.1.6. Exemple de chaîne de mesure	131

VII.2. INTRODUCTION AUX SYSTÈMES ASSERVIS.....	132
2.1. Vocabulaire	132
2.2. Régulateur.....	132
2.3. Gain d'un système bouclé et stable	133
2.4. Cas particulier important: le fort gain de chaîne directe.....	134
2.5. Schématisation de l'amplificateur opérationnel	134
VII.3. AMPLIFICATEURS DIFFÉRENTIELS	136
3.1. L'amplificateur différentiel.....	136
3.1.1. Définition	136
3.1.2. Exemple d'amplificateur différentiel	136
3.2. Tensions et gains des modes commun et différentiel	137
3.2.1. Gain total	137
3.3. Amplificateur différentiel à transistors bipolaires.....	139
3.3.1. Schéma de principe.....	139
3.3.2. Discussion qualitative.....	139
3.3.3. Extrait de la fiche technique de l'AOP LF 351.....	140
VII.4. AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS.....	141
4.1. Introduction à l'amplificateur opérationnel.....	141
4.1.1. Rappel: l'AOP comme système contre-réactionné.....	141
4.1.2. Symbole de l'AOP	141
4.1.3. L' AOP idéalisé.....	142
4.1.4. Exemple de fiche technique: le LF 351.....	142
4.2. Les deux types de contre-réaction utilisées.....	142
4.2.1. Montage non-inverseur	143
4.2.2. Montage inverseur.....	144
4.2.3. Montage inverseur et non inverseur.....	145
4.3. Les caractéristiques réelles des AOP.....	145
4.3.1. Gain en tension réel	145
4.3.2. Résistance différentielle d'entrée	145
4.3.3. Tension de décalage.....	145
4.3.4. Le courant de polarisation	146
4.3.5. Le courant de décalage.....	146
4.3.6. Coefficients de dérive thermique	146
4.3.7. Le taux de réjection de l'alimentation	147
4.3.8. Le taux de rejet de la tension de mode commun	147
4.3.9. La plage de travail en tension et en courant.....	147
4.3.10. Vitesse maximale.....	147
4.3.11. Le produit gain-bande passante	148

4.3.12. Valeurs maximales	148
4.4. Montages linéaires en réaction négative.....	149
4.4.1. Le suiveur de tension.....	149
4.4.2. Le sommateur	149
4.4.3. La conversion courant-tension	150
4.4.4. La conversion tension-courant	150
4.4.5. Amplificateur différentiel	151
4.4.6. L'intégrateur.....	151
4.4.7. Le différentiateur.....	152
4.4.8. Le filtre passe-bas du premier ordre.....	153
VII.5. EXERCICES.....	154
5.1. Calcul d'imprécision	154
5.2. Calcul d'imprécision	154
5.3. Vérification de la relation de gain.....	155
5.4. Calcul de précision.....	155
5.5 : Montage à ampli différentiel	156
5.6. Recherche dans fiche technique.....	156
5.7. Utilité du suiveur de tension	156
5.8. Retour aux sources.....	157
5.9. Problèmes d'offset avec l'intégrateur	157
5.10. Compensation d'offset.....	157
5.11. Travail de vérification des gains.....	157

Leçon VIII:

VIII.1. LES MONTAGES NON LINÉAIRES À AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS	163
1.1. Exemple: le redresseur simple alternance.....	163
1.2. Exemple: l'amplificateur logarithmique.....	164
VIII.2. LES AOP EN RÉACTION POSITIVE, LES COMPARATEURS	165
2.1. Le comparateur	165
2.2. Principe d'une comparaison, problème.....	165
2.3. Fiche technique d'un comparateur: le LM 311	167
2.4. Le comparateur non-inverseur (bascule de Schmitt)	167
2.5. Le comparateur inverseur (bascule de Schmitt).....	168
2.6. Application typique: la bascule astable ou multivibrateur astable	169

VIII.3. EXERCICES.....	170
3.1. Étude de fiche technique.....	170
3.2. Seuils de déclenchements	170

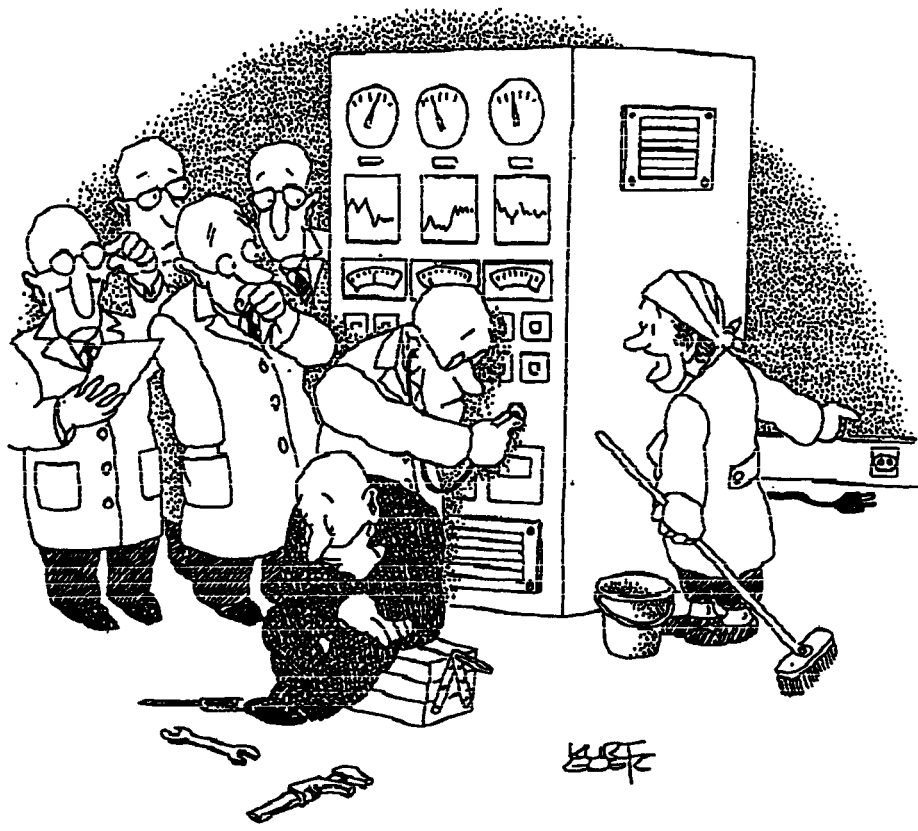
Travaux pratiques:

TP1: ÉLECTROTECHNIQUE -I	175
1.1. Oscilloscope et générateur de fonctions	175
1.1.1. Générateur de fonctions	175
1.1.2. Visionnement sur l'oscilloscope.....	175
1.1.3. Commandes du générateur	176
1.2. Décibel-mètre (dB-mètre)	177
1.2.1. Rappel (voir Leçon III)	177
1.2.2. Mesure d'atténuation.....	177
1.3. La source de tension continue	178
1.3.1. Source flottante	178
1.3.2. Mesure.....	178
1.3.4. Réglage de la tension et du courant maximum	178
1.4. Théorème de Thévenin	179
1.4.1. Calcul du circuit équivalent.....	179
1.4.2. Vérification expérimentale.....	179
1.4.3. Calcul du circuit équivalent.....	179
1.4.4. Vérification expérimentale.....	179
TP2: ÉLECTROTECHNIQUE -II	180
2.1. Multimètres	180
2.1.1. Rappels sur la mesure de signaux alternatifs.....	180
2.1.2. Caractéristiques de signaux alternatifs	181
2.2. Fréquencemètre (Philips PM 2519).....	182
2.3. Application : mesure d'un circuit RC	183
2.3.1. Schéma du montage.....	183
2.3.2. Calcul du circuit	183
2.3.3. Vérification expérimentale.....	183
2.3.4. Figure de lissajoux	183
2.3.5 Réponse du circuit à un signal carré.....	184

TP3: CIRCUITS RC.....	185
3.1. Cellule RC.....	185
3.1.1. Schéma de base.....	185
3.1.2. Réponse harmonique.....	185
3.1.3. Réponse indicielle	185
3.1.4. Cellule RC dans un circuit.....	185
3.2. Filtre RC passif passe-bande.....	186
3.2.1. Calculs	186
3.2.3. Dimensionnement du filtre.....	187
3.2.4. Vérification	187
TP4 - AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS - I	188
4.0. Introduction: l'amplificateur en boucle ouverte	188
4.1. L'amplificateur non inverseur.....	189
4.2. L'amplificateur inverseur.....	190
4.3. L'intégrateur	191
4.4. Le sommateur.....	192
4.5. Redresseur sans seuil.....	193
4.5.1. Calculs du montage.....	193
4.5.2. Mesure de la caractéristique statique.....	193
4.5.3. Observation de la caractéristique dynamique.....	193

Bibliographie et fiches techniques:

BIBLIOGRAPHIE	195
Ouvrages généraux utiles pour cet enseignement.....	195
Electrotechnique.....	195
Analyse de système	195
Amplificateurs	196
Pour aller plus loin	196
FICHES TECHNIQUES	197



441710317Z

Introduction au cours

Ce cours d'introduction à l'électronique est au programme de la deuxième année du cycle d'études à l'Ecole Polytechnique de Lausanne en section de physique. Les étudiants ingénieurs physiciens arrivent en cours sans notions ni d'électrotechnique, informatique, systèmes logiques ou automatique. Cette spécificité des physiciens a été prise en compte et cette introduction à l'électronique contient de rapides introductions pour des sujets ponctuels jugés indispensables.

L'offre d'enseignement faite aux candidats ingénieurs est triple:

- les séances de cours et d'exercices en introduction aux concepts de l'électronique (2 h / semaine)
- une brochure représentant le support de cours, afin d'alléger la prise de note et de constituer un document plus riche et complet que ne le peut être le cours.
- les séances de laboratoire pour les travaux pratiques. Ces travaux devraient constituer, dans l'esprit de cet enseignement, la partie principale de l'effort des étudiants.
(4 h / 2 semaines)

Pour ce premier semestre, huit cours sont programmés, une épreuve et un projet s'étendant sur cinq semaines, au cours duquel l'étudiant est appelé à prendre en main un problème électronique simple, à l'aide d'outils informatiques modernes.

Nous souhaitons que cette offre d'enseignement soit profitable aux étudiants ingénieurs physiciens, offre qui pourrait conduire l'étudiant au seuil des ouvrages et des laboratoires techniques et scientifiques en physique et électricité, tant pour des questions théoriques, que pour des problèmes pratiques et expérimentaux des ingénieurs et des physiciens.

Remerciements

Nous avons demandé à Rafik Abboud, ingénieur ETS et élève physicien de l'EPFL, de nous aider à composer ce document afin d'atteindre les objectifs cités ci-dessus. A ce titre nous le remercions chaleureusement pour sa motivation et son efficacité dans sa contribution à la réalisation de ce cours.

Leçon I: INTRODUCTION

On rappelle ici les trois notions de résistance, ainsi que les relations de Kirchhoff. Celles-ci peuvent être dérivées des équations de continuité et d'induction, issues de l'électromagnétisme. On voit aussi que la tension ou différence de potentiel, est une notion électrostatique, fait dont on doit tenir compte si on veut discuter des limites du modèle de Kirchhoff. Celui-ci, dont on rappelle aussi le formalisme, présente l'avantage de ne travailler qu'en temps, courant et tension, les autres grandeurs étant soit négligées, soit introduites sous forme d'éléments ayant caractéristiques courant-tension.

On présente les concepts et représentations des sources de courant et de tension: sources idéales sans impédance de sortie, source affine modélisant une chute de tension linéaire en la valeur du courant de sortie. Ces modèles affines pour les sources sont extrêmement répandus et correspondent à ce qu'on appelle les représentations de Thévenin et de Norton des dipôles actifs. Un outil abondamment utilisé dans les quadripôles est le concept de source commandée, c'est-à-dire une source de tension par exemple dont le niveau de tension dépend d'une autre grandeur dans le système, un courant par exemple.

Une rapide discussion sur les systèmes linéaires est présentée, systèmes qui recouvrent un grand champ d'applications en technique. La distinction linéaire / non linéaire est essentielle dans la plupart des champs de l'ingénierie, où l'on trouve soit des systèmes linéaires que l'on peut traiter avec les outils courants, soit des systèmes non linéaires pouvant, sous certaines conditions, relever des sciences du chaos et de l'information. Dans le premier cas, on utilise des dispositifs dans des limites linéaires, on linéarise et on obtient trois propriétés fondamentales en électrotechnique linéaire: le principe de superposition qui est une propriété physique directement liée à la linéarité du système, les théorèmes de Thévenin et de Norton qui permettent de trouver des dipôles simplifiés équivalents à des dipôles linéaires.

PLAN DE LA LEÇON I

1. Effet résistif et résistances

- 1.1. Effet résistif et loi d'ohm
- 1.2. La résistance comme phénomène physique
- 1.3. La résistance comme concept électrotechnique
- 1.4. La résistance comme composant physique
- 1.5. Résistance d'une tige conductrice
- 1.6. Association de résistances

2. Relations de Kirchhoff

- 2.1. Dipôles, quadripôles et graphes
- 2.2. Les relations de Kirchhoff (*réseaux, maille, noeuds, lois de Kirchhoff*)
- 2.3. loi des mailles: justification physique
- 2.5. Loi des noeuds: justification physique
- 2.6. Limites et discussion du modèle de Kirchhoff

3. Sources de tension et de courant

- 3.1. Sources indépendantes idéales et affines
- 3.2. Sources dépendantes idéales et affines
- 3.3. Impédance de source, impédance de charge
- 3.4. Association de sources

4. Thévenin, Norton, Superposition

- 4.1. Système linéaire et principe de superposition
- 4.2. Théorèmes de Thévenin et de Norton

5. Exercices

- 5.1. Résistance, paramètres géométriques
- 5.2. Association de résistances
- 5.3. Application des relations de Kirchhoff
- 5.4. Résolution par Kirchhoff d'un dipôle électrique
- 5.5. Dualité Norton-Thévenin
- 5.6. Représentation de quadripôles à l'aide d'une source commandée
- 5.7. Impédance de source, impédance de charge
- 5.8. Application du principe de superposition
- 5.9. Équivalents de Thévenin et de Norton
- 5.10. Équivalents de Thévenin et de Norton
- 5.11. Équivalents de Thévenin et de Norton
- 5.12. Équivalents de Thévenin et de Norton
- 5.13. Équivalents de Thévenin et de Norton
- 5.14. Équivalents de Thévenin et de Norton

1. EFFET RÉSISTIF ET RÉSISTANCES

Ce rappel nous permet de présenter les relations de Kirchhoff et les théorèmes linéaires, sans toutefois introduire immédiatement la notion d'impédance, qui le sera à la leçon III.

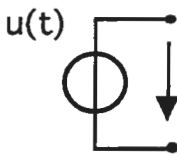
1.1. Effet résistif et loi d'ohm

Soit un conducteur électrique, que l'on symbolise par une résistance



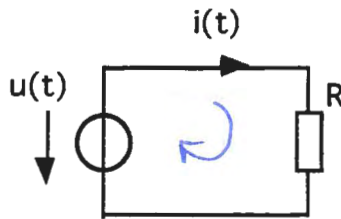
Symbole d'une résistance

ainsi qu'une source de tension, générant une différences de potentiel électrique à ses bornes.



Symbole d'une source de tension

Lorsqu'on branche ce conducteur aux bornes de la source, il résulte un courant électrique, dont l'intensité dépend de la résistance du conducteur à son passage.



sens contraire du déplacement
des e^- : convention

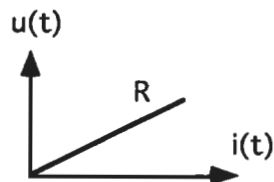
La loi d'Ohm exprime que certains matériaux ont un comportement linéaire :

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$u(t)$: tension aux bornes de la résistance (V)

R : résistance (valeur) (Ω)

$i(t)$: courant traversant la résistance (A)



Caractéristique de transfert:
résistance linéaire et autonome.

Sous l'appellation "résistance", il faut distinguer trois situations:

1.2. La résistance comme phénomène physique

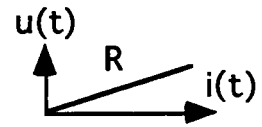
Le phénomène physique correspond à la résistance qu'offre l'élément au passage du courant. C'est une expression de la dissipation thermique (effet Joule); du point de vue du circuit, la résistance ne stocke pas d'énergie, mais la dissipe.

1.3. La résistance comme concept électrotechnique

Le concept de résistance est défini comme le rapport de la tension sur le courant:

1.3.1. Résistance statique:

$$R = \frac{u(t)}{i(t)} \quad : \text{Résistance (statique)} \quad (\Omega)$$

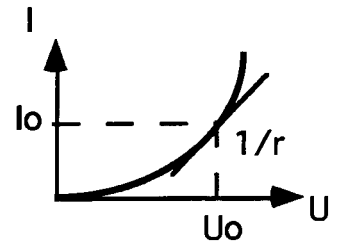


1.3.2. Résistance dynamique:

$$r = \frac{\Delta u}{\Delta i}$$

Résistance dynamique (Ω)

Par exemple, dans le cas de la caractéristique courant-tension d'une diode, on définit sa résistance dynamique ainsi:



1.3.3. Symbole associé:

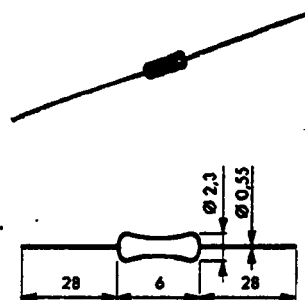
R ou r

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$u(t) = r \cdot i(t)$$

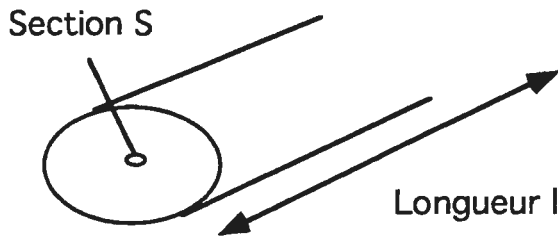
1.4. La résistance comme composant physique

Le composant normalisé : Il s'agit ici de l'élément le plus simple, très utilisé en électronique. Aspect physique:



1.5. Résistance d'une tige conductrice:

Soit une tige de section S et de longueur l :



La résistance de cet élément est donnée par:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} : \text{ Résistance d'une tige conductrice ohmique } (\Omega)$$

r : résistivité (Ω/m)

l : longueur de la tige (m)

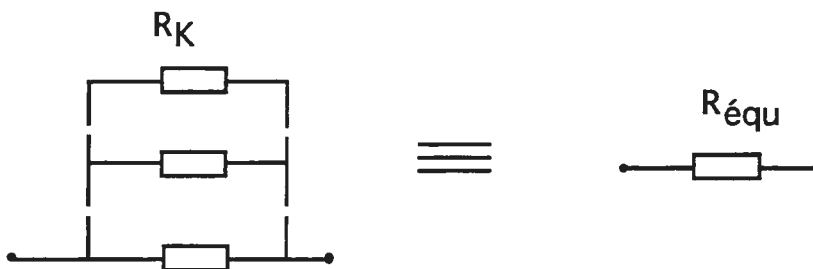
S : section de la tige (m^2)

EXO 5.1: RÉSISTANCE, PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES

1.6. Association de résistances :

Les règles d'association découlent directement des relations de Kirchhoff, et sont présentées plus loin.

Résistances en parallèle: $\frac{1}{R_{\text{équ}}} = \sum_k \frac{1}{R_k}$



Résistances en série: $R_{\text{équ}} = \sum_k R_k$



EXO 5.2: ASSOCIATION DE RÉSISTANCES

2. RELATIONS DE KIRCHHOFF

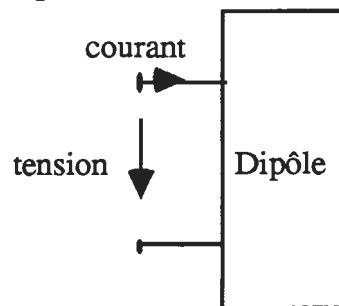
2.1. Dipôles, quadripôles et graphes

Pour une définition complète de ces objets conceptuels, on consultera avec profit l'ouvrage : "Théorie des réseaux de Kirchhoff" [2]. Le premier chapitre concerne la définition des réseaux de Kirchhoff.

2.1.1. Dipôle

Élément conceptuel caractérisé par sa relation courant-tension.

Dipôle:

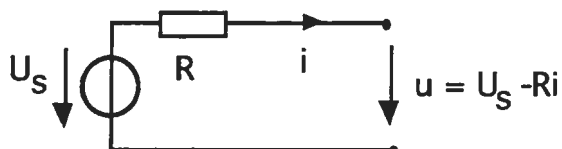


Exemples de dipôles:

Résistance:



Alimentation:



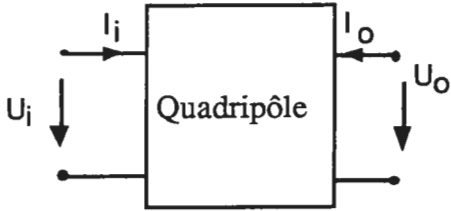
Dans la deuxième leçon, il est traité des caractéristiques courant-tension de trois éléments incontournables en électricité et en technique: la résistance, l'inductance et la capacité.

Ces caractéristiques peuvent être statiques comme dans le cas d'une résistance pure, dynamiques dans le cas d'une inductance pure, où la tension à ses bornes dépend du taux de variation du courant le traversant. La caractéristique peut encore être linéaire, comme souvent pour la résistance, ou non-linéaire comme dans le cas typique de la diode.

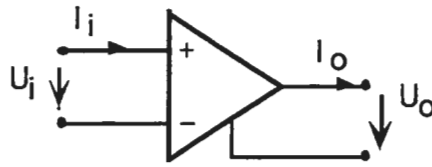
2.1.2. Quadripôle

Élément conceptuel caractérisé par les relations liant les courants et les tensions de son entrée et de sa sortie.

Quadripôle:



Exemple : amplificateur.



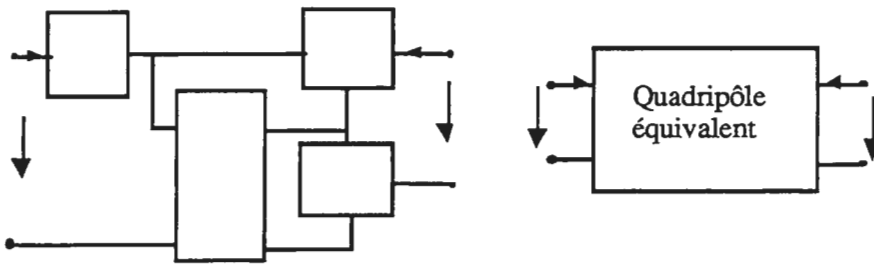
Nous verrons au second semestre qu'on peut utiliser une notation matricielle pour rendre compte de ces relations, dans un cas linéaire:

$$\begin{pmatrix} u_{in} \\ u_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{in} \\ i_{out} \end{pmatrix} ; \quad (z): \text{matrice impédance}$$

2.1.3. Réseau (de Kirchoff)

Le réseau de Kirchoff modélise un ensemble de dipôles et de quadripôles liés entre eux par des connexions considérés parfaites.

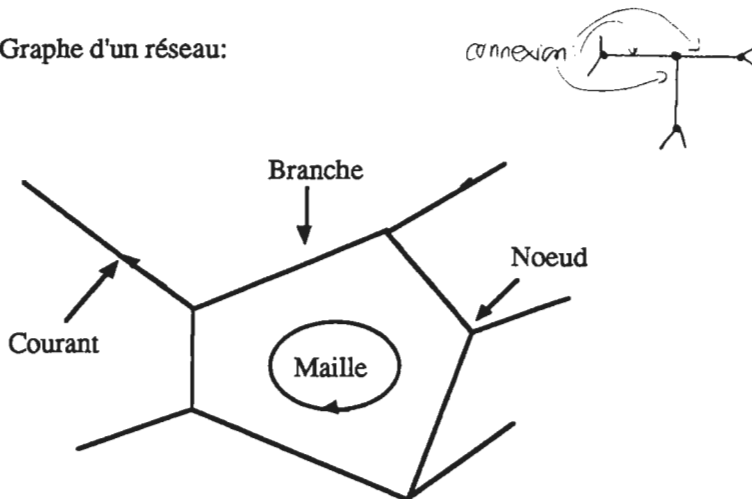
Exemple d'un réseau:



Noeud d'un réseau:
Branche d'un réseau:
Maille d'un réseau:
Graphe d'un réseau:

Jonction de plusieurs connexions.
Connexion située entre deux noeuds.
Ensemble de branches constituant un chemin fermé.
Ensemble des mailles et branches.

Graphe d'un réseau:



2.2. Les relations de Kirchhoff

2.2.1. Énoncé

Dans le formalisme présenté précédemment, les relations de Kirchhoff s'écrivent :

Loi des noeuds: à n'importe quel noeud du réseau, la somme des courants s'annule en tous temps.

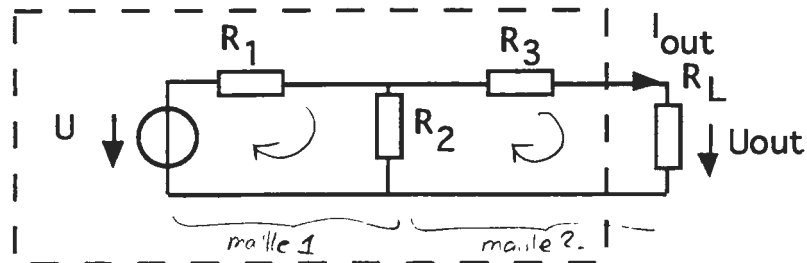
$$\sum_{\text{noeud}} \text{courants} = 0$$

Loi des mailles: dans n'importe quelle maille du réseau, la somme des tensions s'annule en tous temps.

$$\sum_{\text{maille}} \text{tensions} = 0$$

Mettre en équations un système électrique revient donc à trouver un système de n équations indépendantes à n inconnues.

2.2.2. Exemple



On obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{aligned} \text{première maille:} & \quad i_1 R_1 + i_2 R_2 - U = 0 \\ \text{deuxième maille:} & \quad -i_2 R_2 + i_{out} R_3 + i_{out} R_L = 0 \\ \text{noeud:} & \quad i_1 + i_2 - i_{out} = 0 \end{aligned}$$

EXO 5.3: APPLICATION DES RELATIONS DE KIRCHHOFF

2.3. Loi des mailles: justification physique

2.3.1. Loi d'induction

La loi d'induction sous forme intégrale s'écrit :

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma}$$

Γ : Contour fermé de la surface Σ

\vec{E} : Champ électrique (V / m)

$d\vec{l}$: Élément de chemin de Γ (m)

\vec{B} : Champ d'induction magnétique (Tesla)

$d\vec{\sigma}$: Élément de surface de Σ (m^2)

C'est à dire que la circulation du champ \vec{E} le long d'un contour fermé Γ est donnée par la variation temporelle du flux du champ d'induction magnétique \vec{B} traversant la surface Σ sous-tendue par le contour.

En considérant que les variations du flux total sont suffisamment faibles, c'est à dire:

$$-\frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} \approx 0$$

on pratique l'approximation dite quasi statique. Nous reviendrons sur ce point, qui peut être soumis à discussion.

2.3.2. Potentiel électrostatique

En poursuivant cette approximation statique, on se retrouve, dans notre système physique, en présence d'un champ électrique statique, donc découlant d'un potentiel V par l'opérateur gradient :

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}} V \quad \left(\Leftrightarrow \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \right)$$

V : Potentiel électrostatique (Volt)

\vec{E} : Champ électrostatique (V / m)

soit, en travaillant entre deux points de l'espace:

$$\int_{\text{pt } 1}^{\text{pt } 2} \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_1 - V_2$$

points 1 & 2: Lieux géométriques

$V_1 - V_2$: Différence de potentiel (Volts)

La différence de potentiel est donc une notion relevant de l'électrostatique. Elle est appelée tension, et se mesure en Volts (V).

2.3.3. Circuit à constantes localisées ou réparties

Le modèle du circuit est dit à constantes localisées s'il peut s'écrire sous la forme d'une association discrète d'éléments. Une ligne par exemple sera modélisée par une résistance représentant les pertes joules de l'ensemble de la ligne.

Le circuit est dit à constantes réparties si on l'écrit sous la forme d'une association infinie d'éléments infinitésimaux. Ce modèle peut être utile dans le cas où les effets physiques ne peuvent pas trouver d'équivalent local. Par exemple :

- Circuit physique réel:

Deux fils de cuivre servent à conduire un signal électrique. La résistance et la capacité sont physiquement réparties sur la longueur du conducteur.

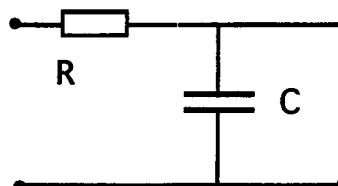
conducteur de signal



conducteur de la masse

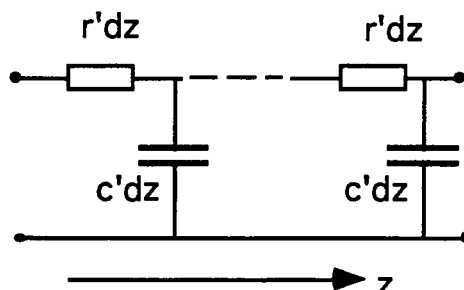
- Modèle à constantes localisées:

On considère une résistance et une capacité globale de la ligne. Par conséquent, les chutes de tension sont également localisées dans ce modèle.



- Modèle à constantes réparties:

On considère dans ce modèle plus fin une succession de résistances et capacités infinitésimales ($r'dz$ et $c'dz$), le long de la coordonnée z . Ce modèle sert de base à l'approche des lignes de transmissions.



2.3.4. Résumé: la loi des mailles

Revenant au modèle de Kirchhoff, on obtient la **loi des mailles**, où les tensions sont localisées dans éléments localisés:

$$\sum_{\text{contour fermé}} \text{tensions} = 0$$

2.5. Loi des noeuds: justification physique

2.5.1. Conservation de la charge

On admet en physique classique, (et en physique moderne cette constatation n'est pas réfutée), qu'il y a toujours conservation de la charge; dans un circuit électrique, les charges se stockent, se déplacent mais ne se volatilisent pas. Cette situation est bien commode pour les ingénieurs du 20ème siècle !

L'équation de continuité exprime cette conservation :

$$\frac{d}{dt} Q_{\text{int}} + \oiint_{\Sigma} \bar{J} \cdot d\bar{\sigma} = 0$$

Σ : Surface fermée

Q_{int} : Charge totale enfermée dans Σ (C)

\bar{J} : Densité de courant traversant Σ (A / m²)

$d\bar{\sigma}$: Vecteur surface sur Σ (m²)

La charge totale Q_{int} intérieure à la surface Σ ne peut être modifiée qu'au prix d'un flux de densité de courant (soit un courant) à travers cette surface fermée.

2.5.2. Approximation quasi statique

On considère de faibles variations des courants, ce qui implique une variation de charge intérieure très faible:

$$\frac{d}{dt} Q_{\text{int}} = 0$$

d'où l'on obtient, pour le flux total:

$$\oiint_{\Sigma} \bar{J} \cdot d\bar{\sigma} = 0$$

2.5.3. Résumé: la loi des noeuds

Revenant au modèle de Kirchhoff, on obtient la loi des noeuds comme le cas particulier de l'équation précédente, où les courants sont localisés dans les fils conducteurs:

$$\sum_{\text{traversant surface fermée}} \text{courants} = 0$$

(somme algébrique)

2.6. Limites et discussion du modèle de Kirchhoff

Il s'agit ici d'une petite discussion des limites du modèle de Kirchhoff.

2.6.1. Causalité

Lorsque l'on passe du modèle de Maxwell, avec les variables :

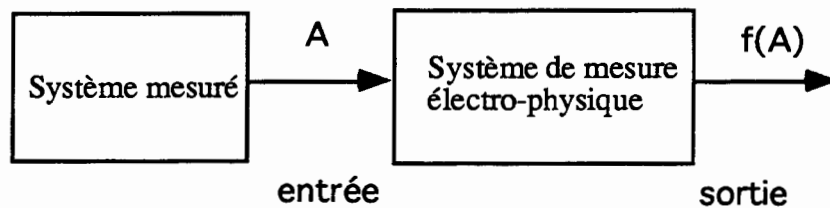
$$(\bar{E}, \bar{B}, q, \dot{q}, t, \bar{x})$$

à son sous-produit de Kirchhoff :

$$(u, i, t)$$

la relation causale existant entre le champ électrique et la force subie par la charge prend la forme de même type de relation entre tension sur un élément et courant résultant dans cet élément. Cela devient même une manière de penser les circuits : on place une tension $u(t)$ aux bornes d'un élément et il est causé un courant $i(t)$. C'est la caractéristique courant-tension d'un élément qui correspond à cette situation.

Cette propriété de causalité permet à l'électricité de fournir un instrument essentiel dans les systèmes de mesure :



2.6.2. Espace

On voit également que dans le modèle de Kirchhoff, la variable espace \bar{x} est explicitement supprimée, seuls subsistent des courants et des tensions, variant au cours du temps. Implicitement, l'espace est représenté dans les caractéristiques (courant-tension) des éléments.

Par exemple, la résistance d'un conducteur ohmique est donnée par:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad : \text{Résistance d'une tige conductrice ohmique } (\Omega)$$

$$\rho: \text{résistivité} \quad (\Omega \cdot m)$$

$$l: \text{longueur de la tige} \quad (m)$$

$$S: \text{section de la tige} \quad (m^2)$$

relation qui illustre bien que l'espace n'est pas absent du modèle, mais présent dans les caractéristiques des éléments.

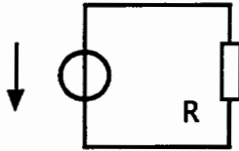
De même, dans la loi d'induction, le terme:

$$-\frac{d}{dt} \iint_{\Sigma} \bar{B} \cdot d\bar{\sigma}$$

correspond-il à un effet auto inductif (voir la leçon 2), réparti sur le circuit physique. L'approximation quasi statique revient donc ici à négliger cet effet inductif. Mais en représentant cet effet dans le circuit par une constante localisée, on peut le modéliser par une inductance, et la loi des mailles de Kirchoff ne découle plus de l'approximation quasi statique, mais du fait que l'on localise l'effet inductif, dans le modèle.

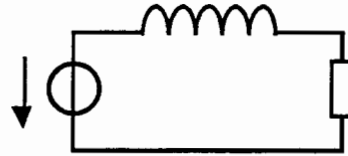
Par exemple, on peut modéliser une source chargeant un circuit en employant l'approximation quasi statique et dans ce cas on néglige l'effet auto inductif propre au circuit même. Pour affiner le modèle, on peut vouloir tenir compte de cet effet auto inductif, mais en lui appliquant le modèle à constantes localisées.

Modèle simple
(approximation
quasistatique)



Résistance chargeant
une source.

Modèle plus élaboré:
(inductance
localisée)



L: inductance du circuit.
R: charge ohmique.

L'outil le plus élaboré sort du cadre de ce cours: on utilise la modélisation à constantes réparties, c'est par exemple ce qui est employé pour les lignes de transmissions [16].

2.6.3. Vitesses de propagation

Notons pour terminer que cet outil considère des propagations instantanées des tensions et courants dans les conducteurs. Cet état de fait provient du modèle à constantes localisées. Comme déjà signalé, c'est un modèle approximatif: une onde électromagnétique se propage dans les conducteurs à une vitesse inférieure à celle de la lumière dans le vide. La limite de validité de cette approche se trouve dans une relation entre précision désirée, dimension du circuit et fréquences impliquées. (Détails et exemples: "Théorie des réseaux de Kirchoff" [2])

- La théorie des lignes de transmission, très utile en technique, permet d'aborder ces questions en utilisant pleinement des modèles où l'on considère des constantes réparties. (Voir "Électromagnétisme", [11]).

- Réciproquement, la propagation d'ondes en général peut être approchée à l'aide du modèle de Kirchoff, avec théorie des lignes (voir leçon 2: analogie électromécanique).

- Un autre domaine de l'électricité est directement concerné : les hyperfréquences, où les fréquences sont de l'ordre de grandeur du gigahertz. ("Hyperfréquences", [12]).

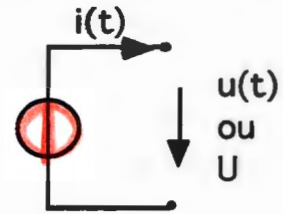
3. SOURCES DE TENSION ET DE COURANT

3.1. Sources indépendantes idéales et affines

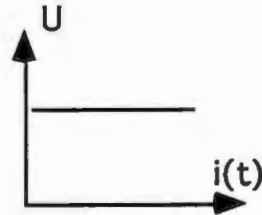
3.1.1. Sources idéales

Les concepts et les symboles de sources sont des outils incontournables en électronique:

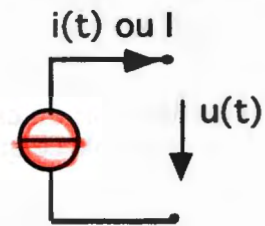
Source de tension continue:



Représentation graphique de sa caractéristique:

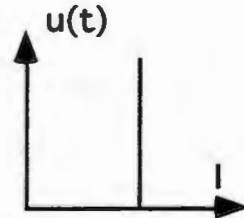


Source de courant continu:



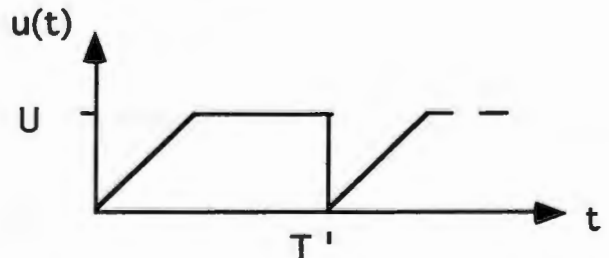
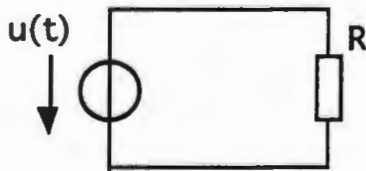
Représentation graphique de sa caractéristique:

caractéristique: $\{u(t), I(t)\}$
 $u = f(I)$



Il convient de noter qu'en électronique analogique, la plupart du temps les sources produisent des tensions ou courants non continus: ils peuvent être sinusoïdaux, périodiques ou même apériodique ou aléatoire. (On annote "=" pour des valeurs continues de courant ou tension, "~" pour des valeurs alternatives). Mais dans le cas général, il faut préciser de quel signal il s'agit. Par exemple:

= : continu
 ~ : alternatif



EXO 5.4: RÉOLUTION PAR KIRCHHOFF D'UN DIPÔLE ÉLECTRIQUE.

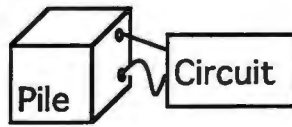
veut dire LINÉAIRE

3.1.2. Sources affines, exemple d'une pile

Il est aisé de constater que ce modèle de source idéale est insuffisant pour décrire un générateur réel. En effet, on constate souvent une chute de tension augmentant avec le courant de sortie, comme par exemple dans les piles :

normal: si on consomme, alors le courant la fermera ↓

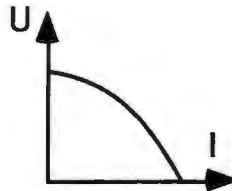
- Une pile électrique est connectée à un circuit:



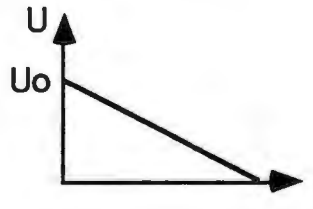
$$U = R \cdot I$$

$$\Rightarrow \{ I^{out} \uparrow \Rightarrow U \downarrow \}$$

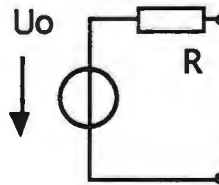
- Selon le courant que réclame le circuit, on constate expérimentalement une baisse de la tension fournie par la pile:



- On modélise la caractéristique expérimentale de ci-dessus par un modèle affine. On obtient:



- Le schéma équivalent du dipôle représentant cette caractéristique est donc:

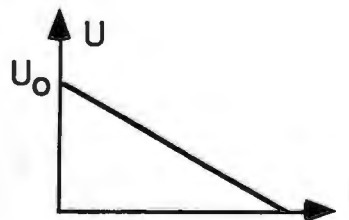
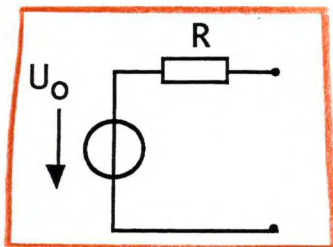


Nous remarquons que la résistance de sortie de la source peut provenir de processus chimiques qui sont interprétés par le circuit électrique comme "ohmique".

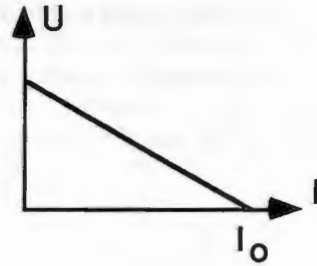
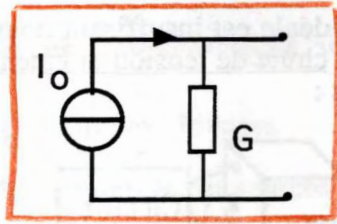
3.1.3. Représentations de Thévenin et de Norton

En général, on est amené à définir deux types de représentation électrique de sources, représentations affines:

Représentation de Thévenin d'une source affine:



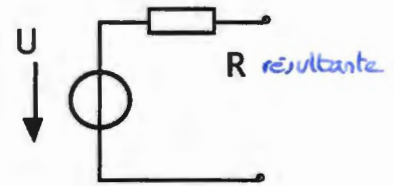
Représentation de Norton de la même source affine:



EXO 5.5: DUALITÉ NORTON-THÉVENIN

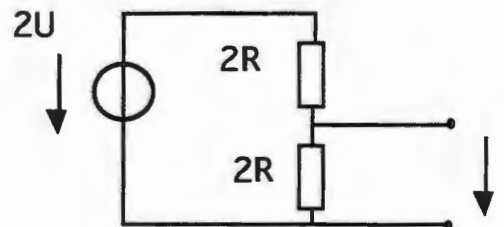
Remarque

Le schéma suivant ne représente pas forcément un générateur physique, avec une résistance physique en sortie:



Il peut s'agir de la représentation de Thévenin du système suivant:

A la fin de la leçon est présenté le théorème de Thévenin permettant de trouver, pour tout dipôle linéaire la représentation de Thévenin correspondante.

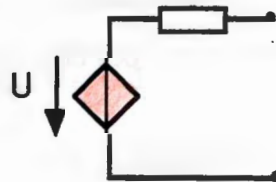


3.2. Sources dépendantes idéales et affines

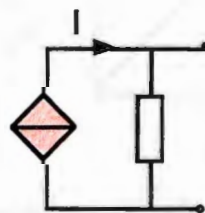
3.2.1. Définition: sources commandées, dépendantes

Une source est dite dépendante si sa valeur de tension ou de courant produit est conditionnée par une autre tension ou courant. Comme pour les sources indépendantes vue plus haut, celles-ci peuvent être idéales ou affines, nous n'y revenons pas. On a la notation suivante:

Source de tension commandée:

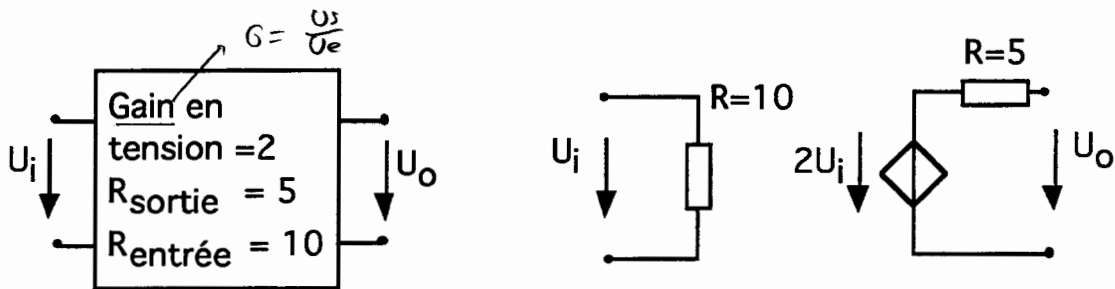


Source courant commandée:



3.2.2. Représentation de quadripôles à l'aide d'une source commandée

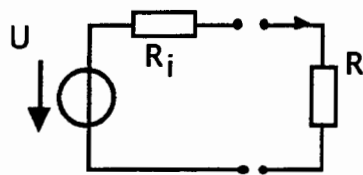
Le formalisme des quadripôles est abordé plus loin. Notons cependant que ces notions de sources commandées peuvent servir à représenter des quadripôles:



EXO 5.6: REPRÉSENTATION DE QUADRIPOLES À L'AIDE D'UNE SOURCE COMMANDÉE

3.3. Impédance de source, impédance de charge $Z \approx R$

Sous ce point, nous traitons rapidement un problème classique d'électricité qui se rencontre aussi en physique: l'adaptation des impédances.



R_i : résistance de source

R : résistance de charge

Soit un générateur de tension, avec résistance de sortie R_i débitant dans une résistance de charge R . On suppose que R_i est une caractéristique fixée de la source.

On s'intéresse au transfert de puissance de la source vers le récepteur. Lorsque la résistance R varie, cette puissance varie aussi. Cette dernière est maximum lorsque les deux résistances sont égales. Le rendement vaut alors 0.5.

EXO 5.7: IMPÉDANCE DE SOURCE, IMPÉDANCE DE CHARGE

On a : *veut dire quoi?*

Rendement du transfert de puissance:

$$\eta = \frac{R}{R_i + R} \quad (-)$$

Puissance consommée par la charge:

$$P_{charge} = \frac{U^2 \cdot R}{(R_i + R)^2} \quad (W)$$

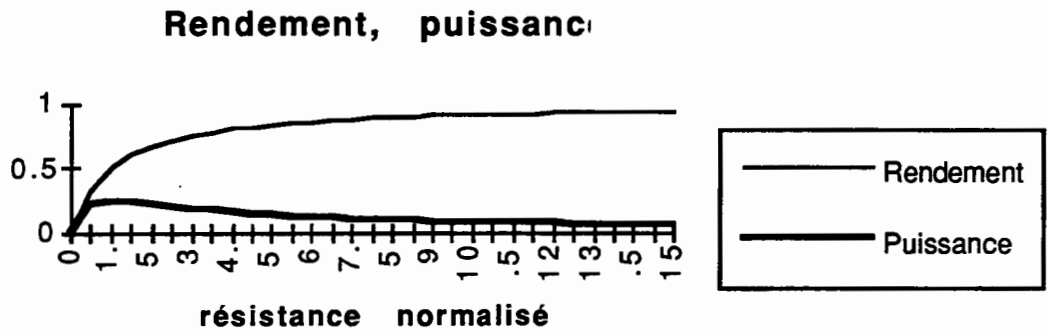
R : Résistance de charge (Ω)

R : Résistance de charge (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

On a l'allure suivante pour ces deux relations puissance-résistance et rendement-résistance:



et le maximum de puissance correspond à :

$$\text{Maximum de puissance: } P_{\max} = \frac{U^2}{4 \cdot R}$$

$$\text{Adaptation de résistance: } R_i = R$$

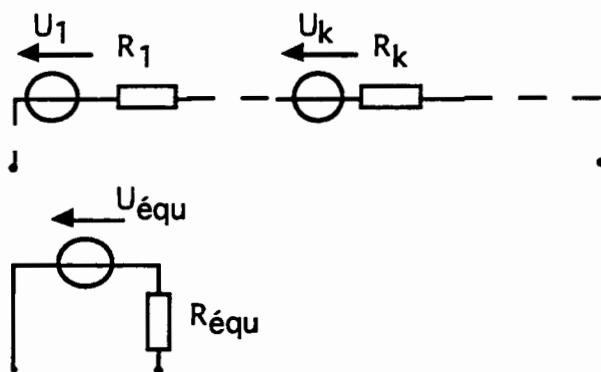
$$\text{Rendement correspondant: } \eta = 0.5$$

Nous voyons donc qu'il peut être utile de connaître l'impédance de sortie d'un générateur, afin d'adapter éventuellement l'impédance de la charge. Par exemple, on dispose de câbles coaxiaux à impédance normalisée à 50 Ω . On associe donc éventuellement des impédances d'entrée correspondantes aux appareils de mesure comme l'oscilloscope.

3.4. Association de sources

L'association de sources ne pose pas problème à analyser, à l'aide des relations de Kirchhoff. Décrivons néanmoins les quatre cas possibles, dont deux d'entre eux sont utilisables en pratique:

3.4.1. Sources de tension en série

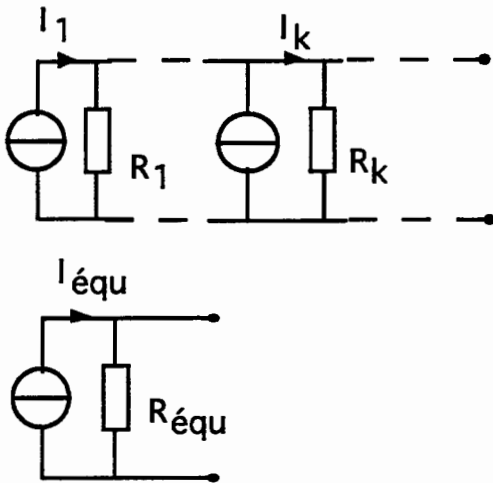


La mise en série de sources de tension ne pose pas de problèmes. On obtient, pour la représentation de Thévenin:

$$R_{\text{équi}} = \sum_k R_k$$

$$U_{\text{équi}} = \sum_k U_k$$

3.4.2. Sources de courant en parallèle



La mise en parallèle de sources de courant ne pose pas non plus de problèmes pratiques. On obtient:

$$I_{\text{équi}} = \sum_k I_k$$

$$\frac{1}{R_{\text{équi}}} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

3.4.3. Sources de tension en parallèle

Ce cas n'est pas utilisé en pratique; il pourrait servir à obtenir une source débitant plus de courant mais avec des impédances internes faibles, toute différence de tension entre les sources produirait des très forts courant inutiles.

3.4.4. Sources de courant en série

De même, ce montage pourrait servir à débiter de plus hautes tension, mais n'est pas utilisé en pratique.

4. THÉVENIN, NORTON, SUPERPOSITION

4.1. Système linéaire et principe de superposition

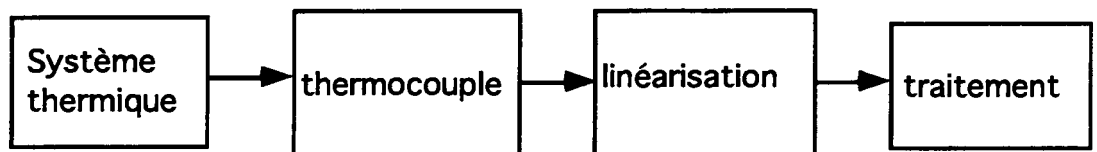
Si dans un système physique électrique, tous les dipôles et quadripôles sont linéaires à coefficients constants, le système d'équations résultant de l'application des relations de Kirchhoff est un système linéaire à coefficients constants.

4.1.1. Linéarisation et domaine de linéarité

Il arrive souvent que le système soit linéaire parce qu'on l'a linéarisé. Un cas fréquent en électronique comme en physique est d'imposer à l'entrée du système de faibles variations de niveau de signal, et alors les termes d'ordres supérieurs à un produisent des contributions négligeables. Par exemple, le lecteur peut reprendre l'exemple de la résistance différentielle d'une diode, où l'on voit que ce concept revient à une linéarisation dite de petit signal.

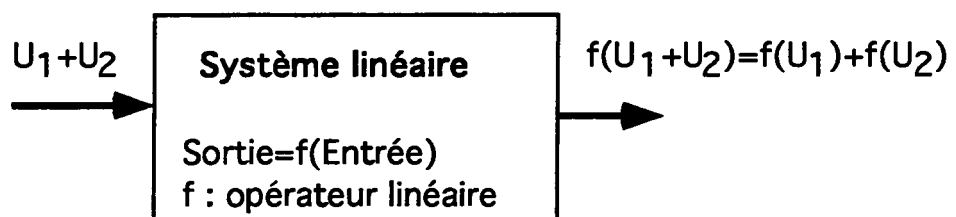
Bien entendu, le système ne peut être considéré linéaire à coefficients constants que dans certaines limites. Nous avons déjà évoqué la non-linéarité de l'inductance (saturation et hystérèse) et la non-autonomie de la résistance (coefficient thermique). Il peut arriver qu'on soit obligé de travailler avec des systèmes à comportement non-linéaire; dans ce cas, on doit faire appel à des résultats scientifiques qui sortent du cadre de ce cours (voir "circuits non linéaires", [14]).

Un autre cas peut advenir en pratique: on doit introduire des éléments à caractéristique non-linéaire dans une chaîne de mesure, opération ayant pour résultat de "compenser" la non-linéarité d'un autre élément de cette chaîne. Pour une présence d'un élément à caractéristique statique quadratique, on en introduira un autre à caractéristique statique en racine carrée. Par exemple, la caractéristique d'un thermocouple n'est pas linéaire: on linéarise le capteur de température en tabulant la caractéristique "inverse":



4.1.2. Principe de superposition

Dans le cas où l'on peut considérer le système comme linéaire, le dit "principe de superposition" exprime que l'on peut décomposer le signal d'entrée et sommer les signaux de sortie correspondants:



4.1.3. Conséquence du principe de superposition

Nous verrons plus loin que cette propriété de décomposition est à la base de l'analyse fréquentielle, où l'on peut s'intéresser séparément aux réponses du système à des excitations sinusoïdales de fréquences différentes.

EXO 5.8: APPLICATION DU PRINCIPE DE SUPERPOSITION

4.2. Théorèmes de Thévenin et de Norton

Nous avons vu précédemment qu'un générateur peut trouver une représentation de Thévenin ou de Norton, selon que l'on veuille exprimer le dipôle comme source de tension ou de courant respectivement.

Une représentation de Thévenin d'un générateur peut découler d'une approche expérimentale: on a mesuré la baisse de tension de la source en fonction du courant de charge, on en approxime une résistance de sortie de la source. De même pour une source de courant.

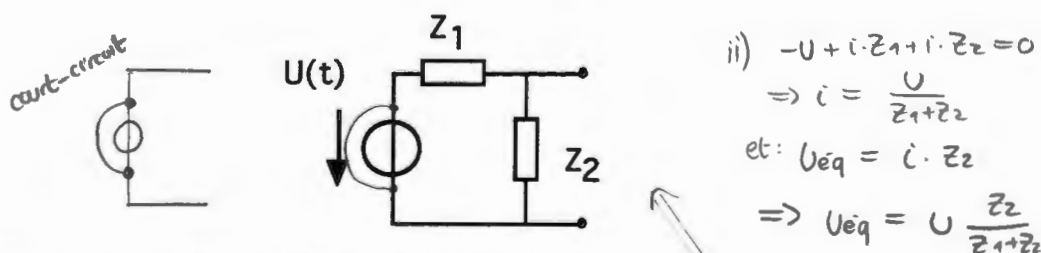
Les théorèmes de Thévenin et de Norton constituent une méthode théorique très utilisée en électronique, qui permet de réduire les dipôles linéaires à leurs équivalents de Thévenin et de Norton.

4.2.1. Théorème de Thévenin → en série, source de TENSION.

Soit un dipôle linéaire quelconque. Il peut être ramené à une représentation de Thévenin, c'est-à-dire à une source de Thévenin avec une résistance (impédance) de sortie. (Voir "représentation de Thévenin")

- a. L'impédance de sortie de Thévenin est l'impédance du dipôle, lorsque l'on court-circuite toutes ses sources de tension.
- b. La tension de source de Thévenin est la tension à vide du dipôle, c'est à dire celle que l'on peut observer à sa sortie lorsqu'il ne débite pas de courant.

Exemple. Soit le dipôle suivant:



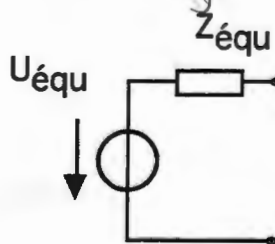
On détermine les paramètres selon les règles énoncées plus haut:

Impédance équivalente de Thévenin:

$$i) \quad Z_{\text{éq}} = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)^{-1}$$

Tension équivalente de Thévenin:

$$ii) \quad U_{\text{éq}} = U \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{preuve avec Kirchoff})$$

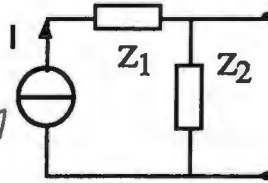


4.2.2. Théorème de Norton \Rightarrow parallèle source de COURANT.

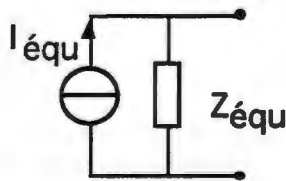
Soit un dipôle linéaire quelconque. Il peut être ramené à une représentation de Norton, c'est-à-dire à une source de Norton avec une résistance (impédance) de sortie. (Voir "représentation de Thévenin")

- L'impédance de sortie de Norton est l'impédance du dipôle lorsque l'on ouvre toute les sources de courant.
- Le courant de la source de Norton est celui que l'on constate à la sortie du dipôle lorsque l'on court-circuite cette dernière.

Exemple. Soit le circuit suivant:



Il est ramené à la représentation suivante:



Impédance équivalente de Norton:

$$Z_{\text{équi}} = Z_2$$

Courant équivalent de Norton:

$$I_{\text{équi}} = I$$

EXO 5.9: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

EXO 5.10: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

EXO 5.11: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

EXO 5.12: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

EXO 5.13: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

EXO 5.14: ÉQUIVALENTS DE THÉVENIN ET DE NORTON

5. EXERCICES

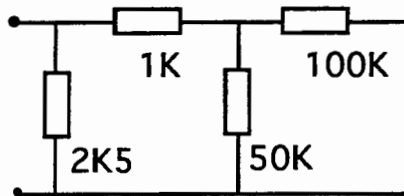
5.1. Résistance, paramètres géométriques

Comment varie la résistance d'une tige métallique circulaire, lorsque l'on diminue toutes ses dimension d'un facteur 2, en conservant le même matériau ? $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$, $L' = \frac{1}{2}L$

$$\Rightarrow R' = 2 \cdot R.$$

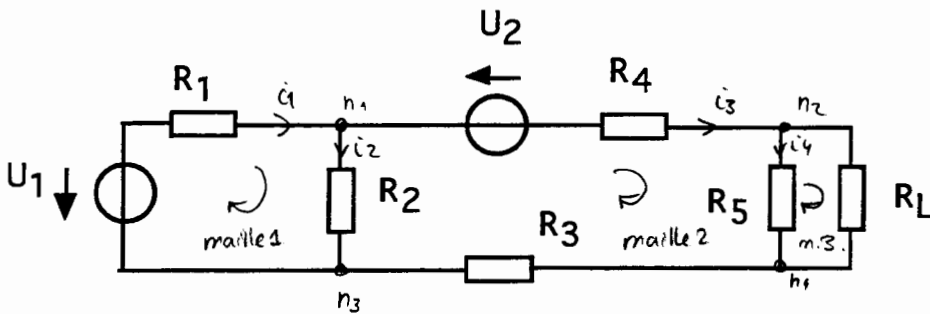
5.2. Association de résistances

Déterminez analytiquement et numériquement la résistance équivalente au dipôle suivant:



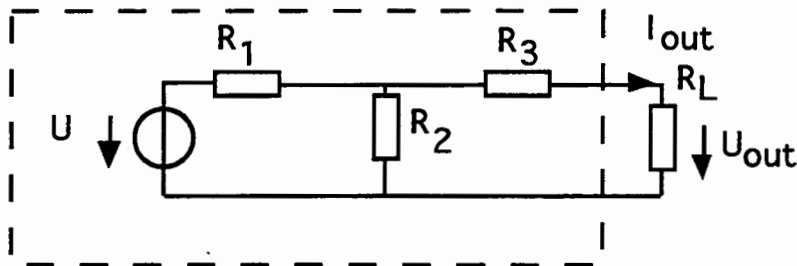
5.3. Application des relations de Kirchhoff

Mettez en équation le circuit suivant, puis déterminez le courant et la tension de la charge.



5.4. Résolution par Kirchhoff d'un dipôle électrique.

En utilisant les relations de Kirchhoff, donnez la caractéristique courant-tension du bloc en traitillé (dipôle électrique):



Tension à vide: Quelle est la valeur de la tension de sortie si on débranche la charge ?

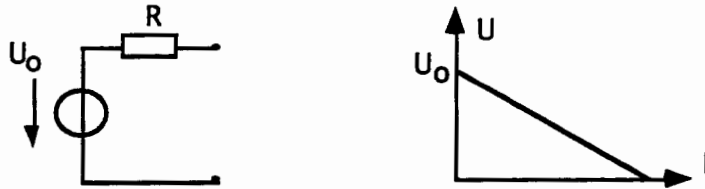
Courant de court-circuit: Quelle est la valeur du courant en sortie, si on remplace la charge par un court-circuit ?

Représentez ces deux grandeurs sur un dessin de cette caractéristique courant-tension.

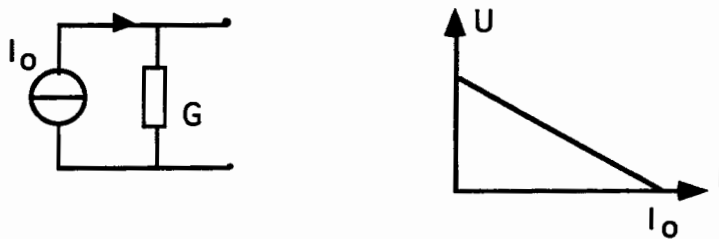
5.5. Dualité Norton-Thévenin

rappel:

Représentation de Thévenin d'une source affine:



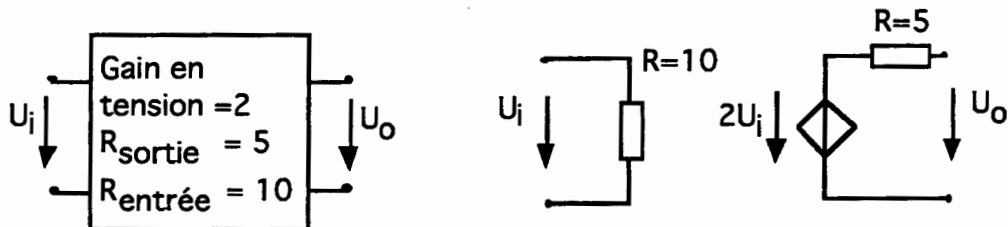
Représentation de Norton de la même source affine:



Exprimez les relations courant-tension de ces dipôles, puis trouvez les relations de passage d'une représentation de Thévenin à une représentation de Norton, et réciproquement.

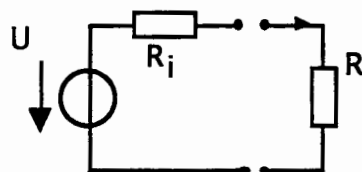
5.6. Représentation de quadripôles à l'aide d'une source commandée

Considérez la représentation en quadripôle de la boîte noire suivante et commentez-la.



5.7. Impédance de source, impédance de charge

Soit un générateur de tension, avec résistance de sortie R_i débitant dans une résistance de charge R . On suppose que R_i est une caractéristique fixée de la source.



R_i : résistance de source

R : résistance de charge

On s'intéresse au transfert de puissance de la source vers le récepteur. Lorsque la résistance R varie, cette puissance varie aussi et cette dernière est maximum lorsque les deux résistances sont égales. Le rendement vaut alors 0.5.

- Calculez et vérifiez le bilan des puissances fournies et consommées.

- Calculez le rendement du transfert de puissance, en fonction de la résistance de charge. Quand celui-ci est-il maximum ?

Rendement du transfert de puissance:

$$\eta = \frac{R}{R_i + R} \quad (-)$$

R : Résistance de charge (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

- Quand la puissance transmise à la charge est-elle maximale ?

Puissance consommée par la charge:

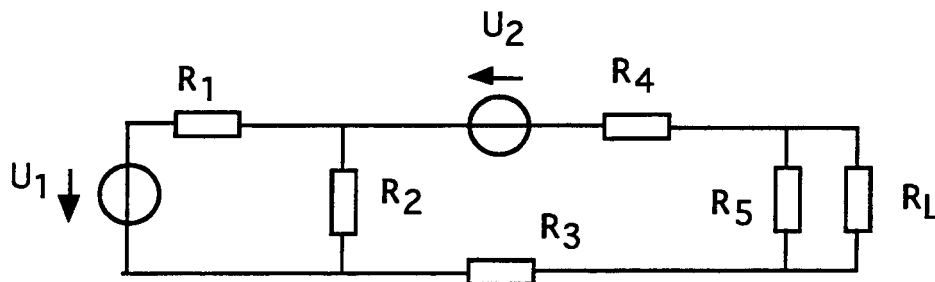
$$P_{charge} = \frac{U^2 \cdot R}{(R_i + R)^2} \quad (W)$$

R : Résistance de charge (Ω)

R_i : Résistance de source (Ω)

5.8. Application du principe de superposition

Reprenons le circuit de l'exercices 5.3:



Dans les conditions suivantes:

$$R_1 \text{ à } R_5 : 10K \quad ; \quad R_L = 1K$$

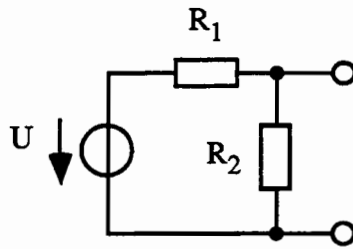
U_1 : source continue 10 V

U_2 : source sinusoïdale, amplitude 5 V, fréquence 100 Hz

Représentez graphiquement le courant et la tension sur la résistance de charge.

✓ 5.9. Équivalents de Thévenin et de Norton

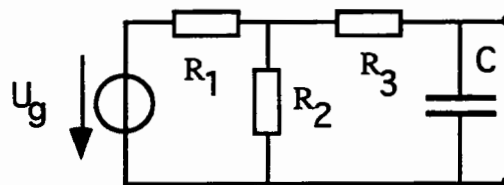
Déterminer les schémas de Thévenin et de Norton du circuit suivant :



$$U = 5 \text{ V} \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 100 \text{ k}\Omega$$

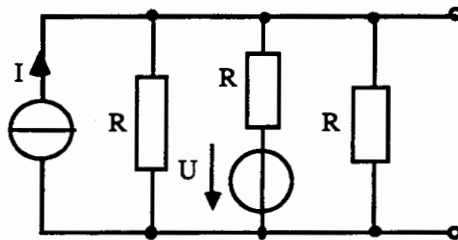
✓ 5.10. Équivalents de Thévenin et de Norton

- Calculez les équivalents de Thévenin et Norton du circuit suivant:



✓ 5.11. Équivalents de Thévenin et de Norton

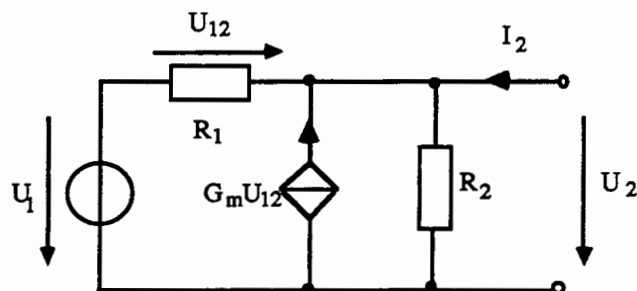
Déterminer les sources équivalentes de Thévenin et Norton du circuit ci-dessous :



$$U = 15 \text{ V} \quad I = 1 \text{ A} \quad R = 30 \Omega$$

5.12. Équivalents de Thévenin et de Norton

Déterminer la source de Thévenin-Norton équivalente du circuit ci-dessous .

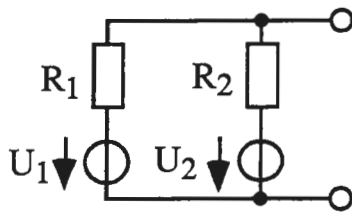


$$U_1 = 15 \text{ V} \quad R_1 = 100 \Omega \quad R_2 = 50 \Omega \quad G_m = 10^{-2} \Omega^{-1}$$

5.13. Équivalents de Thévenin et de Norton

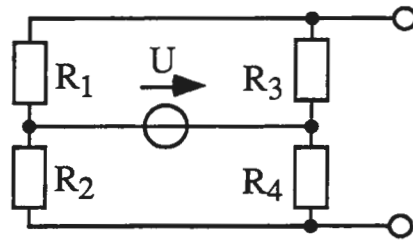
Déterminer les schémas de Thévenin et de Norton des circuits suivants :

a)



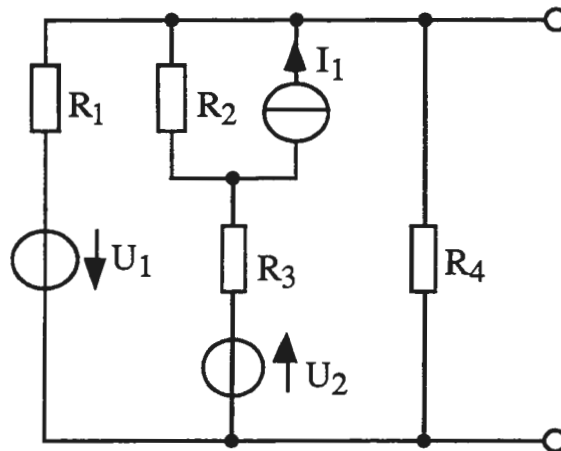
$$\begin{aligned} U_1 &= 5 \text{ V} & U &= 10 \text{ V} \\ U_2 &= 2 \text{ V} & R_1 &= R_4 = 100 \text{ } \Omega \\ R_1 &= 1 \text{ k}\Omega & R_2 &= R_3 = 500 \text{ } \Omega \\ R_2 &= 5.6 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

b)



5.14. Équivalents de Thévenin et de Norton

Déterminer le circuit équivalent de Thévenin du circuit ci-dessous :



$$\begin{aligned} U_1 &= 5 \text{ V} & U_2 &= 7 \text{ V} & I_1 &= 12 \text{ mA} \\ R_1 &= 1 \text{ k}\Omega & R_2 = R_3 &= \frac{R_1}{2} & R_4 &= 2 \cdot R_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 1 \text{ k}\Omega \\ R_2 = R_3 &= 0.5 \text{ k}\Omega \\ R_4 &= 2 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

Leçon II: RÉSISTANCE, INDUCTANCE ET CAPACITÉ

On aborde ici les trois effets fondamentaux en électrotechnique: les effets résistif, capacitif et auto inductif. Ces effets sont mis en relations avec leur formulation mathématique et leur éléments électrotechniques. On aborde aussi l'analogie avec les équations de la mécanique où l'on voit que la résistance correspond à la formulation électrotechnique de la dissipation thermique d'énergie, la capacité le stockage d'énergie potentielle et l'inductance le stockage d'énergie sous forme cinétique, la loi des mailles correspondant à une des lois de Newton.

PLAN DE LA LEÇON II

1. Effet résistif, loi d'Ohm et résistances

- 1.1. Effet résistif
- 1.2. Loi d'ohm
- 1.3. La résistance: phénomène physique
- 1.4. La résistance: concept électrotechnique
- 1.5. La résistance: des composants technologiques
- 1.6. Résistance d'une tige conductrice
- 1.7. Linéarité et autonomie d'une résistance
- 1.8. Analogie mécanique de la résistance

2. Effet auto inductif, inductances et bobines

- 2.1. Effet auto inductif
- 2.2. Coefficient d'auto-induction et caractéristique d'une inductance
- 2.3. L'auto-induction: un phénomène physique
- 2.4. L'inductance: un concept électrotechnique
- 2.5. La bobine: un composant technologique
- 2.6. Inductance d'un solénoïde
- 2.7. Linéarité, autonomie
- 2.8. Analogie mécanique de l'inductance

3. Effet capacitif et capacité

- 3.1. Effet capacitif
- 3.2. Capacité et caractéristique courant-tension
- 3.3. L'accumulation de charges: un phénomène physique
- 3.4. La capacité: un concept électrotechnique
- 3.5. Le condensateur: un élément technologique
- 3.6. Capacité d'un condensateur à plaques
- 3.7. Linéarité et autonomie des condensateurs
- 3.8. Analogie mécanique de la capacité

4. Commentaires physiques

- 4.1. L'analogie électromécanique: un outil d'interfaçage.
- 4.2. Le transformateur
- 4.3. Circuit RLC et oscillateur mécanique
- 4.4. Relation courant-tension: loi d'ohm généralisée

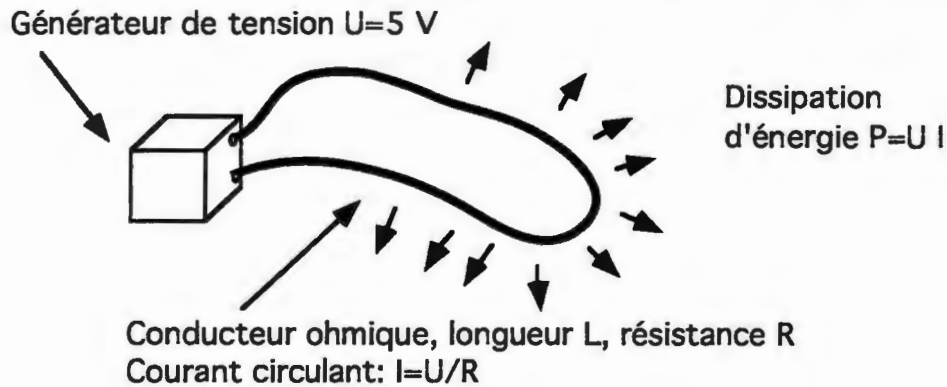
5. Exercices

- 5.1. Charge d'une inductance
- 5.2. Charge d'une capacité
- 5.4. Analogie Kirchhoff-Newton
- 5.5. Calcul de la charge d'un transformateur
- 5.6. Circuit RLC et oscillateur mécanique

1. EFFET RÉSISTIF, LOI D'OHM ET RÉSISTANCES

1.1. Effet résistif

Il convient de noter que la dégradation d'énergie en forme thermique est un phénomène général en physique, particulièrement décrit par la thermodynamique. En électricité, si on place une tension aux bornes d'un conducteur, il advient un courant. La dissipation d'énergie se manifeste par un échauffement et une chute de potentiel le long du conducteur; il y a conversion d'énergie électrostatique (contenue dans le générateur par exemple) en énergie thermique (échauffement par effet Joule).



1.2. Loi d'ohm

Lorsqu'on branche un conducteur à une tension donnée, il résulte un courant, dont l'intensité dépend de la résistance du conducteur à son passage.

La loi d'Ohm exprime que certains matériaux ont un comportement linéaire :

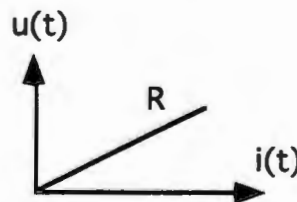
En termes des circuits et systèmes :

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$u(t)$: tension aux bornes de la résistance V

R : résistance (valeur) Ω

$i(t)$: courant traversant la résistance A



Caractéristique de transfert: résistance linéaire et autonome.

1.3. La résistance: phénomène physique

Le phénomène physique de résistivité correspond à la résistance qu'offre l'élément au passage du courant. On écrit:

$$\text{Loi d'Ohm: } \vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

\vec{j} : densité de courant (A/m^2)

σ : conductivité électrique $(1/\Omega \cdot m)$

\vec{E} : champ électrique (V/m)

C'est une expression de la dissipation thermique (effet Joule); du point de vue du circuit, la résistance ne stocke pas d'énergie, mais la dissipe. La puissance instantanée vaut:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \quad \text{puissance instantanée}$$

soit:

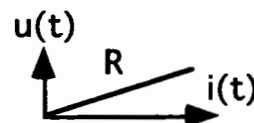
$$p(t) = r \cdot i^2(t) \quad \text{puissance Joule}$$

1.4. La résistance: concept électrotechnique

Le concept de résistance est défini comme le rapport de la tension sur le courant:

1.4.1. Résistance statique:

$$R = \frac{u(t)}{i(t)} \quad : \text{Résistance (statique)} \quad (\Omega)$$

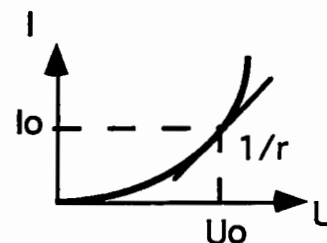


1.4.2. Résistance dynamique:

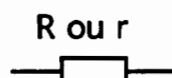
$$r = \frac{\Delta u}{\Delta i} \quad (\Omega)$$

Résistance dynamique

Par exemple, dans le cas de la caractéristique courant-tension d'une diode, on définit sa résistance dynamique ainsi:



1.4.3. symbole associé:



$$u(t) = R \cdot i(t)$$

$$u(t) = r \cdot i(t)$$

1.5. La résistance: des composants technologiques

Sous le même terme de "résistance", on désigne encore le composant, mis en oeuvre technologiquement.

1.5.1. Le composant normalisé

Il s'agit ici de l'élément le plus simple, très utilisé en électronique.

Il existe des séries de résistances normalisées. La série E12 est la plus courante. Voir les valeurs en laboratoire.

Extrait de fiche technique d'une résistance:

Résistances 0,25 W

Résistances à couche de carbone 5%



Série RD 14S

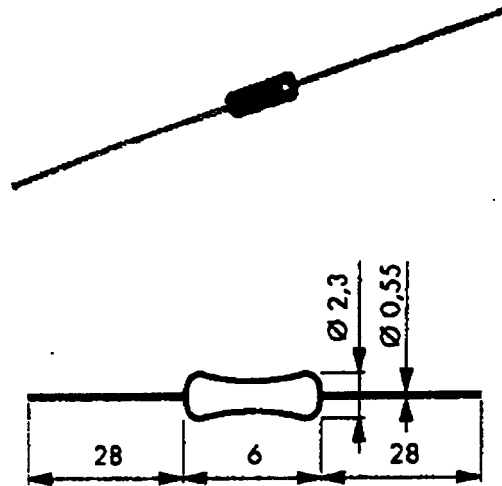
- Enrobage époxy
- Résistant à la chaleur et à l'humidité
- Résistant aux acides
- Progression E 12
- DIN 0207

Données techniques

Charge nominale	0,25 W
Tolérance	± 5%
Tension de service	300 V
Couleur	beige
Température de service	-55...+155 °C

Indication de commande

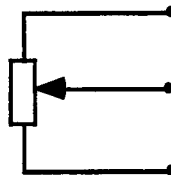
Unité de livraison: 10 pièces
Prix: par pièce



1.5.2. Le composant à résistance variable manuellement: le potentiomètre

Symbole associé:

Pot 1K



Cet élément peut servir de résistance variable manuellement, si l'on connecte deux des trois bornes ensemble.

Le symbole est aussi parfois utilisé pour exprimer que dans un circuit, la valeur de la résistance est commandée.

Extrait de fiche technique d'un potentiomètre:

Potentiomètres trimmer 0,5 W

Potentiomètres trimmer Cermet miniatures

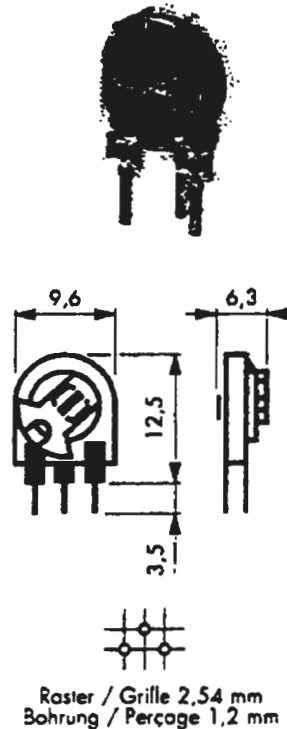


Type VA 05

- Réglable des deux côtés
- Exécution verticale ou horizontale

Données techniques

Courbe de résistance	linéaire
Tolérance	± 20%
Angle de rotation	270°
Puissance admissible	0,5 W (70 °C)
Coefficient de temp.	± 100 ppm/K
Température de service	-65...+125 °C



1.5.3. Autres exemples de composants résistifs

- Les Photorésistances dont la valeur de la résistance dépend de l'éclairement et constituées d'inclusions de sulfure de cadmium dans du plastique.
- Les Thermistances dont la valeur de la résistance dépend de la température.
- Les Varistances (en anglais volt dependent resistor), dont la valeur de la résistance est fonction de la tension appliquée.

1.6. Résistance d'une tige conductrice

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad : \text{Résistance d'une tige conductrice ohmique } (\Omega)$$

ρ : résistivité (Ω/m)

l : longueur de la tige (m)

S : section de la tige (m^2)

1.7. Linéarité et autonomie d'une résistance

Remarquons encore qu'une résistance n'est pas forcément linéaire ni forcément autonome (indépendante du temps): lorsqu'on modélise un capteur ou un effet physique, à peu près tout peut arriver! Il existe par exemple des résistances dont la valeur varie fortement avec la température ambiante (thermistances); elles peuvent être utilisées comme détecteurs ou capteurs de température.

Pour un conducteur normal, on peut utiliser une approximation linéaire en la température, si le modèle autonome est insuffisant:

$$\begin{array}{ll} \text{Résistance à la température } T \quad (^\circ K): & \\ R = R_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0)) & (\Omega) \quad R = R_0 + \alpha \cdot \Delta T \cdot R_0 \end{array}$$

$$R_0: \text{résistance à la température } T_0 \quad (\Omega)$$

$$\alpha: \text{coefficient thermique} \quad (1/^\circ K)$$

1.8. Analogie mécanique de la résistance

En mécanique, le travail de forces de frottement représente une dissipation d'énergie du système considéré. Une de leur modélisation correspond aux forces dites de frottement visqueux, où leur intensité est proportionnelle à la vitesse de déplacement. Si on écrit la loi d'Ohm en terme de charge et de tension, on observe une similitude:

Loi d'Ohm:

$$U = R \cdot \dot{q}$$

Puissance électrique:

$$P_{el} = R \cdot (\dot{q})^2$$

Frottement visqueux:

$$|F| = \mu \cdot \dot{x}$$

Puissance mécanique:

$$P_{mec} = \mu \cdot (\dot{x})^2$$

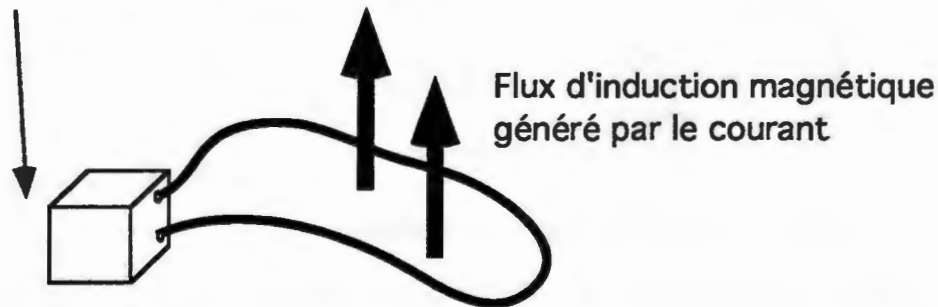
Il est clair que ni la relation courant-tension dans une résistance est toujours aussi simple, ni les forces de frottement toujours visqueuses et linéaires. Il s'agit en fait d'une rationalisation technique: on construit des systèmes technologiques auxquels on impose cette simplicité dans des limites de fonctionnement. Par exemple, la valeur de la résistance dépend de la température de cette dernière: elle augmente avec la température. Alors on s'arrange pour écouler la chaleur et ainsi maintenir les systèmes dans leurs plages de fonctionnement.

2. EFFET AUTO INDUCTIF, INDUCTANCES ET BOBINES

2.1. Effet auto inductif

Lorsqu'un courant circule dans un conducteur, il est responsable de la création d'un champs d'induction magnétique. Si le courant est variable dans le temps, le champs d'induction le sera aussi et alors intervient le phénomène d'auto-induction: ce champs variable réroagit sur le courant qui le crée, en ralentissant la variation de ce courant. Cet effet correspond à un stockage d'énergie dans le circuit auto inductif, sous forme magnétique.

Générateur de tension variable



2.2. Coefficient d'auto-induction et caractéristique d'une inductance

2.2.1. Flux d'induction magnétique

Un courant constitue une source de champ d'induction magnétique. Lorsqu'un courant circule dans un circuit Γ , on conçoit que la surface Σ sous-tendue par ce circuit subit un flux d'induction magnétique :

$$\Phi = \iint_{\Sigma} \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} \quad : \text{Flux d'induction magnétique} \quad (\text{Gauss})$$

$$\vec{B}: \text{Champ d'induction magnétique} \quad (\text{Tesla})$$

$$d\vec{\sigma}: \text{Elément de surface de } \Sigma \quad (m^2)$$

2.2.2. Coefficient d'auto-induction

Pour un circuit donné, on définit son coefficient d'auto-induction, comme le rapport du flux sur le courant le générant, soit en fait sa capacité à emmagasiner du champ, de l'énergie magnétique:

$$L(t) = \frac{\Phi(t)}{i(t)} \quad : \text{Coefficient d'autoinduction} \quad (\text{Henri}) (H)$$

$$\Phi(t): \text{ Flux du champ d'induction magnétique} \quad (H / A)$$

$$i(t): \text{ Courant dans l'élément autoinductif} \quad (A)$$

2.2.3. Caractéristique courant-tension d'une inductance

En appliquant la loi d'induction, on obtient pour la caractéristique courant-tension:

$$u(t) = L(t) \cdot \frac{di(t)}{dt} + i(t) \cdot \frac{dL(t)}{dt} \quad u = L \cdot \dot{i} + i \cdot \dot{L} = \frac{d}{dt}(L i)$$

et avec le coefficient L constant (c'est à dire: inductance autonome et linéaire), on obtient la relation standard:

Caractéristique d'une inductance (autonome):

$$u(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$$

La caractéristique d'une inductance est donc dynamique, puisqu'elle fait intervenir la dérivée temporelle du courant, contrairement à ce qu'il arrive avec une résistance standard, vue précédemment. En termes intuitifs, on peut dire que c'est un élément qui s'oppose aux fortes variations de courant, car pour obtenir des variations de courant, il faut des tensions proportionnelles à ces variations.

2.3. L'auto-induction: un phénomène physique

Le phénomène physique correspond au stockage d'énergie sous forme magnétique. Le stockage est momentané et l'énergie est restituée au circuit en courant.

L'énergie accumulée par l'élément auto inductif vaut:

$$E_{\text{magnétique}}(t) = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (i(t))^2 : \text{énergie magnétique}$$

2.4. L'inductance: un concept électrotechnique

Le concept d'auto-inductance, qui peut être défini comme précédemment.

Symbole associé :



$$U(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$$

2.5. La bobine: un composant technologique

La bobine est l'élément technologique correspondant.

Extrait de fiche technique d'une bobine miniature:

Selfs

Selfs de choc miniatures

SIEMENS

Type B78108

- Selfs HF miniatures enrobées
- Température de service -55...+125 °C



Extrait de fiche technique d'une bobine d'accumulation:

Selfs

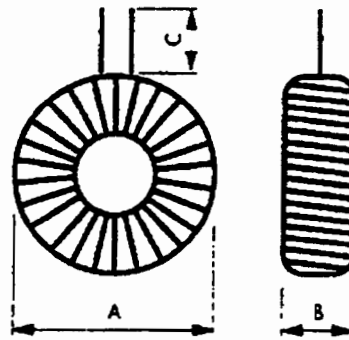
Selfs d'accumulation

Typ SD

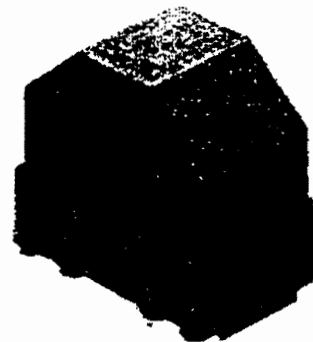
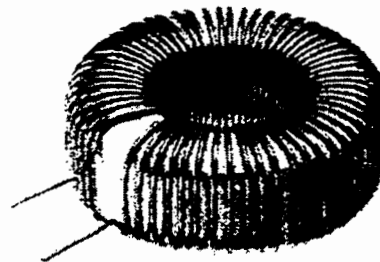
- Version à noyau torique pour alimentations à découpage
- Version ouverte ou moulée

Données techniques

Fréquence 100 kHz max.
 Tension de service 400 VDC max.
 Tension d'essai 4 kV / 50 Hz / 10 s
 (exclusivement boîtier)



Serie SDO offen/ouverte



2.6. Inductance d'un solénoïde

On a pour un solénoïde :

$$L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot S}{l} \quad \text{: inductance d'un solénoïde (Henri)}$$

l : longueur du solénoïde (m)

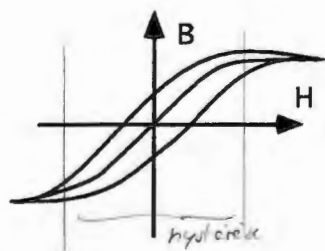
S : Section du solénoïde (m²)

N : Nombre de spires (-)

μ : permittivité du milieu (V s A⁻¹ m⁻¹)

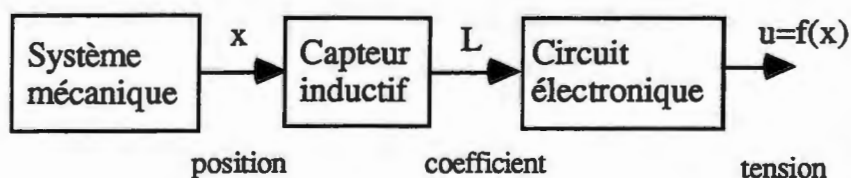
2.7. Linéarité, autonomie

La caractéristique d'une bobine peut facilement devenir non-linéaire, à cause de la saturation du champ d'induction \vec{B} , ainsi que de phénomènes d'hystérésis:



saturation et hystérèse du champ B

Un exemple d'inductance non-autonome est fourni par un capteur de position: une ferrite se déplace dans un bobinage et l'inductance varie en conséquence. Dans ce cas, le but de l'électronique en aval est de produire une information de position:



2.8. Analogie mécanique de l'inductance

En mécanique, le bilan des forces extérieures agissant sur un système est responsable d'une accélération de ce système (Newton). Il s'agit donc de variation de l'énergie cinétique du système. On écrit, comme précédemment, la caractéristique de l'inductance en terme de charges et tension, d'où on observe à nouveau une similitude :

Inductance:

$$U = L \cdot \ddot{q}$$

Energie magnétique:

$$E_{el,ind} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (\dot{q})^2$$

Loi de Newton:

$$F = m \cdot \ddot{x}$$

Energie cinétique:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\dot{x})^2$$

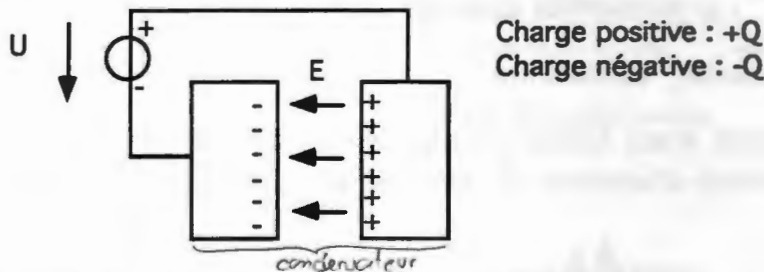
La même remarque peut être faite ici concernant la rationalisation technique que représente ces relations. La saturation des inductances bobinées (bobines) est une limitation tout à fait pratique de la linéarité de ces éléments.

EXO 5.1: CHARGE D'UNE INDUCTANCE

3. EFFET CAPACITIF ET CAPACITÉ

3.1. Effet capacitif

Cet effet correspond au troisième phénomène très important. Lorsqu'on applique une différence de potentiel à deux conducteurs isolés les uns des autres, on assiste à une accumulation de charges par influence électrostatique. C'est cela l'effet capacitif. Il peut être ardemment recherché et dans ce cas on fabrique des condensateurs précis ou de grande capacité. Très souvent aussi cet effet est présent à titre parasitaire comme par exemple lors d'accumulation de charges entre deux lignes conductrices. Dans ce cas, on cherche à minimiser ses effets sur les temps de réponses de la ligne.



3.2. Capacité et caractéristique courant-tension

3.2.1. Définition de la capacité d'un dispositif

Pour un circuit donné, on définit sa capacité C comme le rapport de la charge accumulée sur la tension appliquée à ses bornes, soit en fait son aptitude à emmagasiner des charges électriques, de l'énergie électrostatique :

$$C = \frac{Q}{U} \quad : \text{Capacité} \quad (\text{Farad}), (F)$$

$$Q : \text{Charge positive enfermée dans le système} \quad (\text{Coulomb}), (C)$$

$$U : \text{Tension aux bornes du système capacitif} \quad (V)$$

3.2.2. Caractéristique courant-tension d'une capacité

En dérivant cette dernière relation on obtient, pour la caractéristique courant-tension :

$$i(t) = u(t) \cdot \frac{d}{dt} C(t) + C(t) \cdot \frac{d}{dt} u(t)$$

et avec la capacité C constante, c'est à dire autonome et linéaire, on obtient :

$$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$$

Caractéristique courant – tension d'une capacité

Comme la caractéristique de l'inductance, celle de la capacité est dynamique. En termes intuitifs, on peut dire que c'est un élément qui s'oppose aux fortes variations de tension, car il faut des courants proportionnels à ces variations.

3.3. L'accumulation de charges: un phénomène physique

Le phénomène physique correspond au stockage d'énergie sous forme électrostatique. Le stockage est momentané et cette énergie est restituée au circuit en tension.

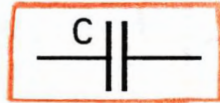
L'énergie accumulée par l'élément capacitif vaut :

$$E_{\text{électrostat}}(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (u(t))^2 : \text{énergie électrostatique}$$

3.4. La capacité: un concept électrotechnique

Le concept de capacité est défini comme énoncé précédemment.

Symbole associé :



$$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$$

3.5. Le condensateur: un élément technologique

Le condensateur est l'élément technologique correspondant .

Extrait de fiche technique d'un condensateur électrolytique:

Condensateurs électrolytiques

Condensateurs électrolytiques radiaux

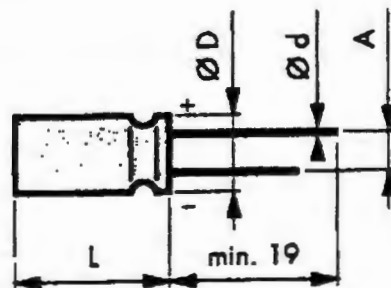
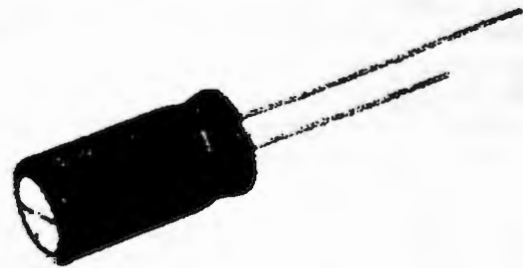
ELNA

Série RE 2

- Résistant aux courts-circuits
- Étanche au lavage

Données techniques

Tolérance capacité	± 20 %
Durée de vie	2000 h (85 °C)
Température de service	-40...+85 °C



Extrait de fiche technique d'un condensateur au tantale:

Condensateurs au tantale

Condensateurs goutte au tantale

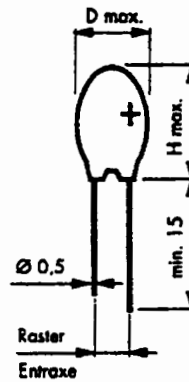
KEMET

Série T 350

- Faible courant de fuite, facteur de perte réduit
- CEI 55/085/56

Données techniques

Tolérance de capacité	+ 20%
Courant résiduel	$0,02 \times 8 \times C$
Temp. de soudage	270 °C (3 s) max.
Température de service	-55...+85 °C



3.5.1. Quelques types de condensateurs:

- Les condensateurs à diélectrique film plastique (polypropylène, polystyrène, polyester...) le diélectrique a une permittivité relative de l'ordre de 2 à 3, les gammes de capacités s'étendent entre 100 pF et 10 µF.

Pour des applications où de fortes valeurs de capacités sont nécessaires, on a recours aux condensateurs au tantale (volume réduit), dans le domaine des hautes fréquences (1 MHz à 1 GHz) il faudra utiliser des condensateurs céramique hyperfréquences.

- Les condensateurs électrochimiques aluminium sont constitués de deux armatures en aluminium séparées par un électrolyte gélifié en borate d'ammonium. Par électrolyse une fine couche d'alumine isolante se forme par oxydation sur l'anode et constitue le diélectrique.

Les valeurs des capacités sont élevées (jusqu'à 100 mF) mais ces condensateurs présentent l'inconvénient d'être polarisés (+ pour l'armature positive).

- Dans la même famille nous trouvons les condensateurs au tantale, peu coûteux, de dimensions plus réduites, sont polarisés également, mais travaillent généralement sous des tensions plus faibles que les condensateurs aluminium.

- Les condensateurs à papier paraffiné, dont les armatures sont constituées par des feuilles d'aluminium, le diélectrique étant le papier paraffiné, le tout enroulé. Leurs capacités peuvent atteindre quelques µF.

- Les condensateurs céramiques ont des armatures en aluminium séparées par un diélectrique au titanate de baryum; les capacités vont du pF au µF.

- Les condensateurs au mica sont constituées par un empilement de feuilles de mica aluminisées sur les deux faces, formant une association de condensateurs en parallèles, les capacités peuvent atteindre quelques µF.

- Les condensateurs variables à lame d'air constitués de deux paires d'armatures, dont l'une mobile par rapport à l'autre sont utilisés pour "accorder" des circuits en fréquence.

3.6. Capacité d'un condensateur à plaques

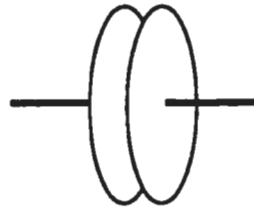
On a pour un condensateur à plaque :

$$C = \varepsilon \cdot \frac{S}{d} : \text{Capacité d'un condensateur à plaques (F)}$$

S : section d'influence (m^2)

d : distance d'influence (m)

ε : constante diélectrique ($A s V^{-1} m^{-1}$)



distance d
section S

3.7. Linéarité et autonomie des condensateurs

Les problèmes de linéarité des condensateurs sont plutôt rares, mais pas exclus, puisqu'on peut aussi obtenir une saturation et une hystérèse du champ \vec{D} de déplacement électrique, comme vu précédemment pour le champ d'induction magnétique.

Un exemple de capacité non autonome est donné par des capteurs capacitifs: on peut contrôler l'épaisseur de fines couches d'isolants, s'ils sont suffisamment diélectriques, en mesurant la capacité de plaques entre lesquelles passent des feuilles d'isolant à tester.

3.8. Analogie mécanique de la capacité

En mécanique, une partie de l'énergie mécanique d'un système peut être emmagasinée dans des éléments dit élastiques, comme des lames. Il s'agit d'une énergie potentielle liée à des éléments dits ressorts, et on modélise la force de rappel linéairement en la position, pour les petites variations de cette dernière. De nouveau, on écrit la caractéristique de la capacité en termes de tension et charge, et on constate le même type d'analogie que précédemment pour l'inductance et la résistance:

Capacité:

$$U = \frac{1}{C} \cdot q$$

Energie électrique:

$$E_{\text{électrostat}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{C} \cdot q^2$$

Force de rappel du ressort:

$$|F| = k \cdot x$$

Energie potentielle:

$$E_{\text{potentielle}} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

EXO 5.2: CHARGE D'UNE CAPACITÉ

EXO 5.3: CHARGE D'UN CIRCUIT RC

4. COMMENTAIRES PHYSIQUES

4.1. L'analogie électromécanique: un outil d'interfaçage.

Nous avons vu précédemment que la résistance, la capacité et l'inductance expriment, pour un système électrique, des concepts relativement proches du frottement, accumulation d'énergie potentielle dans un ressort, accumulation d'énergie cinétique dans une masse, pour un système mécanique.

EXO 5.4: ANALOGIE KIRCHHOFF-NEWTON

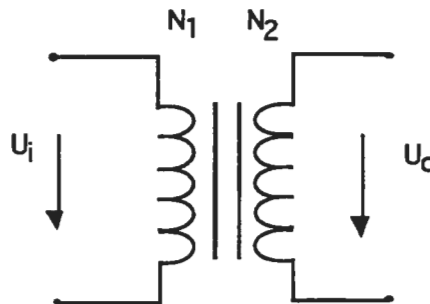
Il y a certes un intérêt théorique à la validité de cette analogie; cette mécanique et cette électricité sont sous-tendues par la même approche de la physique classique. Sur un plan plus technologique, on peut dire que cette dimension sous-jacente étend le domaine d'application de l'outil de Kirchhoff à la mécanique. L'intérêt majeur de cette approche "circuit et système" vient du fait qu'elle fonctionne non seulement pour des problèmes *strictement* électriques ou mécaniques, mais encore pour des problèmes d'ingénieurs où l'interfaçage entre les deux domaines doit être assuré. Nous évoquons ici le cas du transformateur électrique, dont le modèle peut servir à analyser certains moteurs électriques (actuateurs). Pour des détails sur ces propriétés des systèmes électromécaniques, on se référera au Vol 4 du traité d'électricité: "Théorie des réseaux de Kirchhoff": [2] §1.5 (systèmes mécaniques) et §1.6 (systèmes acoustiques).

4.2. Le transformateur

4.2.1. Transformateur: modélisation simple

Le transformateur électrique est un système à induction mutuelle. Il est constitué de deux enroulements électriques: l'un est le siège de la production d'un flux d'induction magnétique, l'autre est le siège de la captation de ce flux, ou du moins d'une partie de ce flux.

On représente un transformateur de la sorte :



De la loi d'induction, on sait que l'amplification est donnée par :

$$U_o = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_i$$

$$\frac{N_2}{N_1} : \text{rapport d'enroulement}$$

Extrait de fiche technique d'un transformateur pour circuit imprimé:

Transformateurs

Transformateurs pour montage print



- Moulé sous boîtier polyamide
- Connexions print
- Avec un ou deux enroulements secondaires

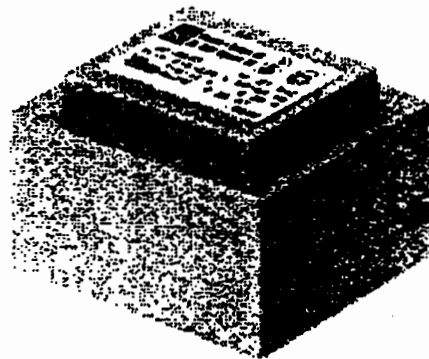
Ⓢ SEV 1113/EN 60742

Données techniques

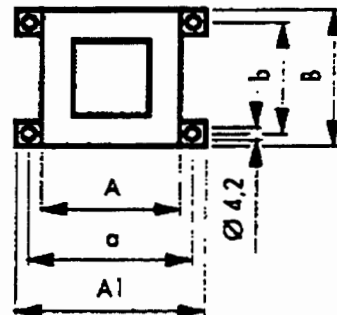
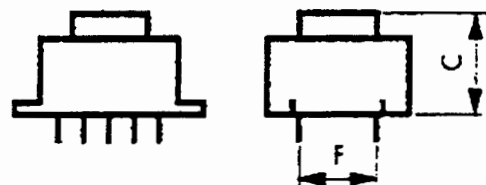
Tension nominale	230 VAC
Tension d'essai	4000 V/50 Hz
Gamme de fréquence	50...60 Hz
Tension ambiante	40 °C max.

Raccordements

Primaire	tous les types 2 + 5
Secondaire	selon tablette ci-dessous

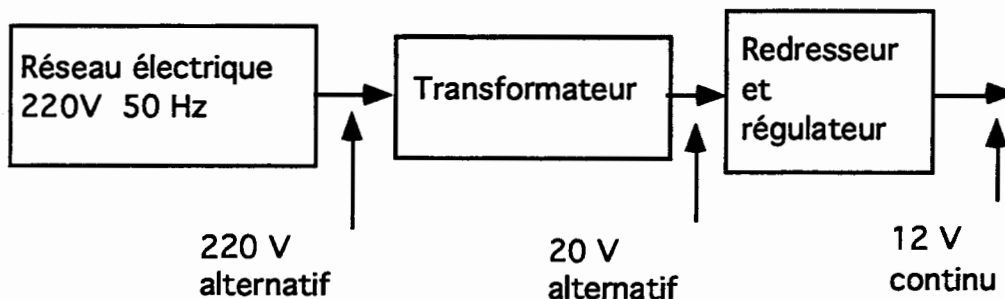


Typ EJ 30...60



4.2.2. Exemple d'utilisation: transformation des amplitudes

Utilisation dans un réseau électrique. Typiquement, on utilise un transformateur pour convertir des niveaux de tensions:

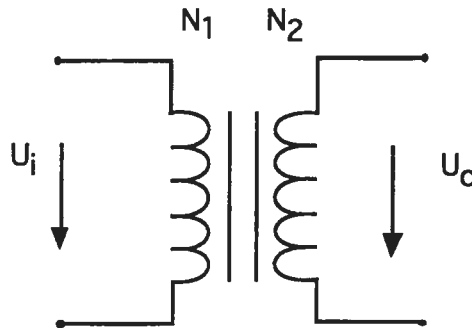


4.2.3. Notions de masse et de terre

Un signal électrique véhiculant une information peut le faire selon deux modalités différentes:

* La tension est prise entre deux bornes et elle est dite *différentielle*. Par exemple si on veut mesurer un courant en plaçant dans une ligne une résistance, il faut prendre l'information de courant aux bornes de cette dernière. Voir le chapitre 16 sur les amplificateurs différentiels.

* On crée une tension standard qu'on définit comme étant à potentiel nul, et on l'appelle la masse. Dans ce cas, l'information contenue dans un signal peut être lue sur une seule ligne. C'est généralement le cas. On peut parler de qualité de masse dans la mesure où cette dernière étant le siège de courants, elle est donc aussi le siège de chutes de tension. Elle n'est donc pas toujours stable ni précise, d'où la nécessité parfois de découpler les masses de deux circuits qui pourtant ont besoin de se communiquer des informations.



La tension d'entrée est référencée à la masse 1, alors que celle de sortie l'est à la masse 2. Il s'agit d'un découplage de masse, découplage dit galvanique.

La terre est une connexion à la terre physique, c'est à dire aux bâtiments, radiateurs, etc.....

La terre est symbolisée de la sorte:

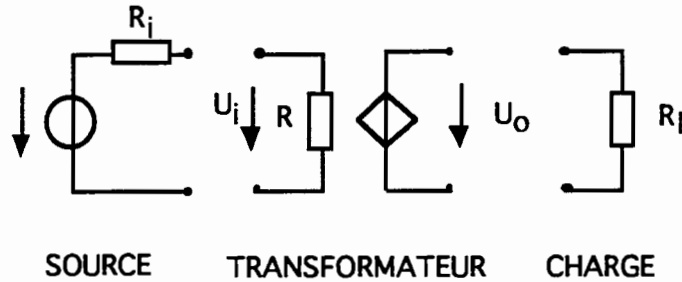


4.2.4. Transformateur: découplage de masses

Le transformateur permet aussi de découpler (galvaniquement) les masses, grâce au couplage magnétique assurant la transmission de la puissance électrique. La masse du réseau est une masse de puissance, peu précise, subissant des parasites, alors que celle qu'on emploie en électronique doit être aussi propre, stable que possible, d'où un autre avantage du transformateur. Ce dernier est parfois même utilisé uniquement pour cette raison : deux circuits doivent se transmettre de l'information, mais les masses doivent rester découplées.

4.2.5. Le transformateur alimenté et chargé

Plaçons le transformateur en situation, c'est à dire alimenté par une source affine et chargé par un dipôle réel. Pour la modélisation la plus simple, on obtient:



Avec:

- | | | |
|--|--------------|--|
| R_i : résistance interne de la source | (Ω) | La résistance R à l'entrée du quadripôle équivalent exprime le fait que le transformateur doit soutirer de la puissance à la source pour pouvoir en fournir à la charge. |
| U_i : tension d'entrée du transformateur | (V) | |
| R : résistance "vue" par la source | (Ω) | |
| U_o : tension sortie du transformateur | (V) | |
| R_l : résistance de charge du circuit | (Ω) | |

Les puissances mises en jeu dépendent de la charge placée en bout du transformateur:

Puissance en sortie:

$$P_{out} = \frac{U_o^2}{R_l} = \frac{U_i^2}{R_i \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2} \quad (W)$$

Par identification de R dans les expressions des puissances entrantes et sortantes, on obtient une valeur de la résistance d'entrée :

$$R = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \cdot R_l$$

Puissance en entrée:

$$P_{in} = \frac{U_i^2}{R} \quad (W)$$

Notons encore que le transformateur, dans ce modèle ne dissipe pas d'énergie. La résistance d'entrée n'est donc que l'image du transfert de puissance vers la partie droite du système.

$$\frac{N_1}{N_2} : \text{rapport d'enroulement} \quad (-)$$

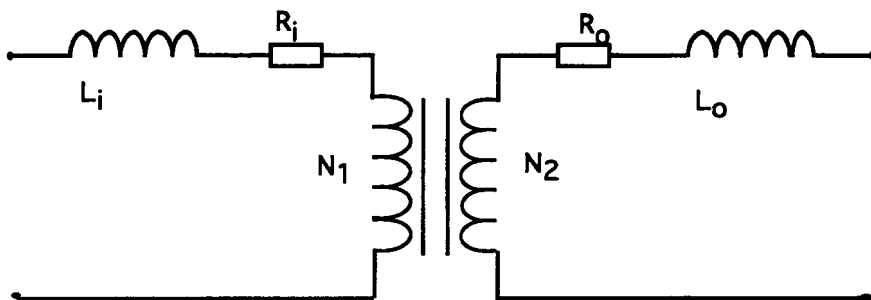
$$R_l : \text{résistance de charge} \quad (\Omega)$$

$$R : \text{résistance d'entrée} \quad (\Omega)$$

EXO 5.5: CALCUL DE LA CHARGE D'UN TRANSFORMATEUR

4.2.6. Modèle de transformateur plus élaboré

On peut aussi tenir compte, dans la modélisation du transformateur, des résistances des bobinages, de leur inductances parasites:

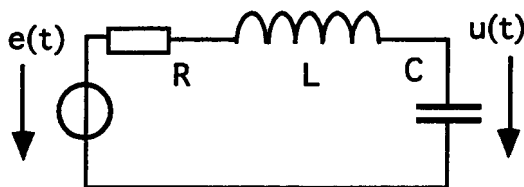


Ce modèle amélioré de transformateur peut servir de base à la théorie des moteurs alternatifs, en vertu de la possible modélisation électrique de phénomènes mécaniques. Dans ce cas, la résistance de sortie modélise des frottements mécaniques, l'inductance de sortie une charge d'inertie sur l'arbre moteur. On consultera au sujet des moteurs : "Transducteurs électromécaniques", [13].

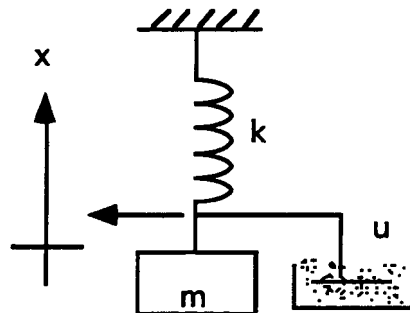
4.3. Circuit RLC et oscillateur mécanique

L'analogie électromécanique nous permet d'exprimer de deux manières différentes les oscillateurs harmoniques, à la base de nombreux modèles descriptifs en physique.

Descriptions électriques:



Descriptions mécaniques:



EXO 5.6: CIRCUIT RLC ET OSCILLATEUR MÉCANIQUE

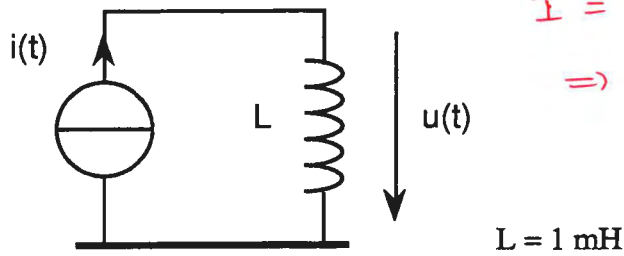
4.4. Relation courant-tension: loi d'ohm généralisée

Nous avons vu que la loi d'Ohm, avec sa relation linéaire et statique courant-tension, permettait de modéliser la dissipation de puissance. Les deux relations courant-tension dynamiques de l'inductance et de la capacité peuvent-elles trouver une forme proche de cette loi d'ohm, puisque des trois éléments sont "fondamentaux" ? Nous verrons à la leçon suivante qu'au travers de la notion d'impédance, valable en régime sinusoïdal, on peut unifier la notations et les règles de calculs, pour ces trois éléments.

5. EXERCICES

5.1. Charge d'une inductance

Soit le dispositif suivant:

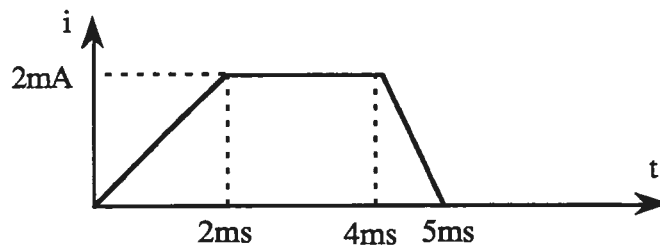


$$u = L \frac{d}{dt} I$$

$$I = C \cdot \frac{d}{dt} u$$

$$I = \frac{d}{dt} q$$

$$\Rightarrow u = L \cdot \ddot{q}$$

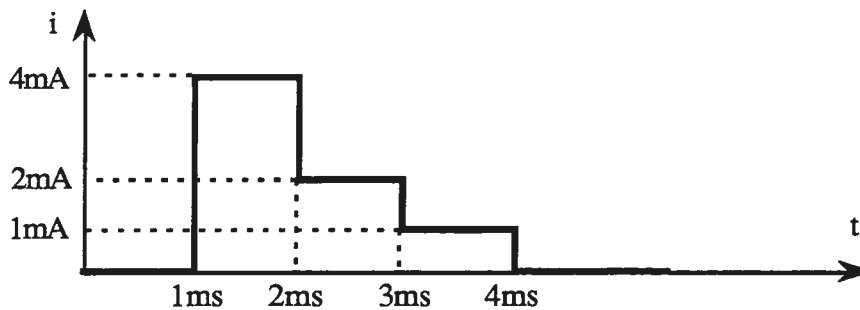
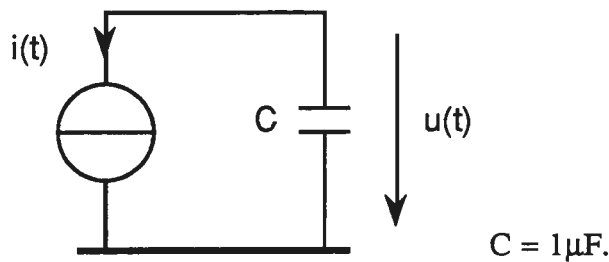


Calculez et représentez $u(t)$ en spécifiant ses valeurs à:

$$t_1 = 2 \text{ ms}, t_2 = 4 \text{ ms}, \text{ et } t_3 = 5 \text{ ms}$$

5.2. Charge d'une capacité

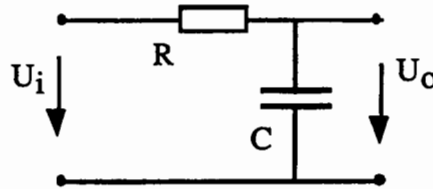
Soit le dispositif suivant:



Calculez et représentez $u(t)$ en spécifiant ses valeurs à:
 $t_1 = 1 \text{ ms}, t_2 = 2 \text{ ms}, t_3 = 3 \text{ ms}, \text{ et } t_4 = 4 \text{ ms},$
 avec à $t = 0, u(0) = 1 \text{ V}.$

5.3 Charge d'un circuit RC

Soit la cellule RC suivante :



Appliquez les relations de Kirchhoff et les caractéristiques tension-charge des dipôles, afin d'obtenir l'équation différentielle suivante:

$$\dot{q} = C \cdot \frac{d}{dt} u = i$$

$$q = C \cdot u + q(0)$$

$$q(t) \cdot R + \frac{1}{C} \cdot q(t) = U_i(t)$$

$$q(0) = 0$$

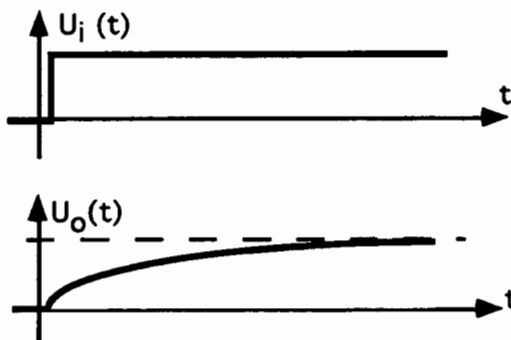
$q(t)$: charge circulant dans le circuit

Montrez que la solution de cette équation est donnée par:

$$q(t) = C \cdot U_i \quad - \quad C \cdot U_i \cdot e^{-t/RC}$$

Régime permanent régime transitoire

Lorsque l'entrée d'un système varie brusquement, on dit qu'il est soumis à une excitation indicielle. Commentez la représentation graphique de la réponse indicielle:



- Comment varie la tension aux bornes de la capacité ?

- A quel instants le courant circulant dans le circuit est le plus grand ?

- Y a-t-il eu transfert d'énergie ?

- Quel est le circuit à inductance équivalent ?

5.4. Analogie Kirchhoff-Newton

Nous avons vu précédemment que la résistance, la capacité et l'inductance expriment, pour un système électrique, des concepts relativement proches du frottement, accumulation d'énergie potentielle dans un ressort, accumulation d'énergie cinétique dans une masse, dans un système mécanique.

Constatez sur un exemple:

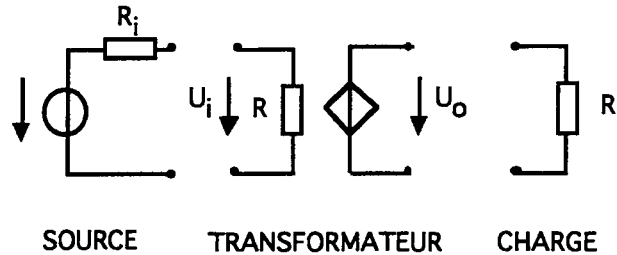
- qu'il y a homologie charge-position et tension-force
- que la loi des mailles correspond à la seconde loi de Newton, avec ou sans approximation quasi statique, selon que l'on introduise ou non l'inductance/masse. Voir la question des signes.

- qu'à une maille électrique correspond un système mécanique (celui sur lequel on décide d'appliquer la seconde loi de Newton).

5.5. Calcul de la charge d'un transformateur

Le transformateur alimenté et chargé

Plaçons le transformateur en situation, c'est à dire alimenté par une source affine et chargé par un dipôle réel. Pour la modélisation la plus simple, on obtient:



Avec:

- R_i : résistance interne de la source (Ω)
- U_i : tension d'entrée du transformateur (V)
- R : résistance "vue" par la source (Ω)
- U_o : tension sortie du transformateur (V)
- R_l : résistance de charge du circuit (Ω)

Dans le modèle rudimentaire présenté ci-dessus, quelle est la résistance de source R_i maximale admissible, telle que l'on assiste à une chute de tension de 10% sur la charge

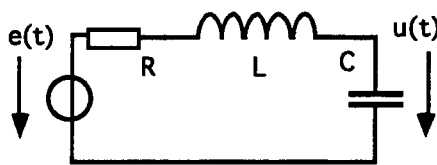
$R_l = 1 \text{ Kohm}$ avec $\frac{N_2}{N_1} = 10$?

5.6. Circuit RLC et oscillateur mécanique

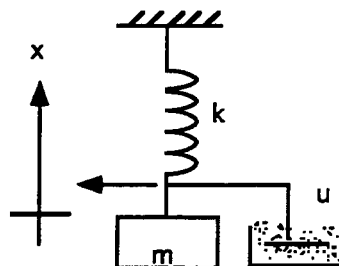
L'analogie électromécanique nous permet d'exprimer de deux manières différentes les oscillateurs harmoniques, à la base de nombreux modèles descriptifs en physique.

Effectuez la mise en équations de ces deux systèmes du second ordre:

Descriptions électriques:



Descriptions mécaniques:



Trouvez, comparez et discutez les expressions des deux coefficients :

- λ : coefficient d'amortissement
- ω_0 : pulsation propre

Leçon III: LE RÉGIME SINUSOÏDAL

Cette leçon est consacrée à la présentation de notations et propriétés de signaux électriques. On s'intéresse dans ce cours à des signaux de nature déterministe, reportant à une introduction au traitement de signal la question des signaux de nature aléatoire. On rappelle les grandeurs définies et mesurables sur un signal périodique: sa fréquence, son amplitude, sa valeur efficace, sa valeur moyenne.

On définit aussi le concept de puissance instantanée et celui plus utilisé de puissance moyenne. La connaissance de la puissance fournie ou consommée par un dipôle est importante, tant sur le plan du bilan énergétique qui peut servir à vérifier des calculs que sur le plan strictement physique où l'énergie thermique créée dans un dipôle doit être évacuée d'une manière ou d'une autre vers l'extérieur.

Le régime sinusoïdal est d'une grande importance en électricité, comme en technique en général (voir le chapitre consacré à l'analyse fréquentielle). On définit les outils et grandeurs classiques: valeurs efficace et moyenne, amplitude, fréquence, puissances active et réactive, notation de Fresnel, impédance d'un dipôle, gain et atténuation en décibel.

PLAN DE LA LEÇON III

1. Caractéristiques de signaux périodiques

- 1.1. Amplitude du signal
- 1.2. Fréquence du signal
- 1.3. Valeur crête-à-crête (peak-to-peak : ptp)
- 1.4. Valeur moyenne (average, mean)
- 1.5. Valeur efficace (root mean square: RMS)

2. Puissance d'un dipôle

- 2.1. Puissance instantanée
- 2.2. Exemple et convention de signe
- 2.3. Puissance moyenne

3. Régime sinusoïdal

- 3.1. Grandeurs typiques en régime sinusoïdal
- 3.2. Puissances actives et réactives
- 3.3. Notation de Fresnel
- 3.4. Exemple: circuit RC en régime sinusoïdal
- 3.5. La notion d'impédance
- 3.6. Gain, atténuation et décibels

4. Associations d'impédances

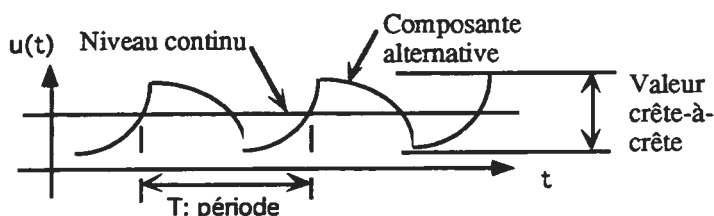
- 4.1. Cas général d'association de dipôles
- 4.2. Association de dipôles non linéaires (caractéristique statique)
- 4.3. Association de dipôles linéaires

5. Exercices

- 5.1. Caractéristiques du signal périodique triangulaire
- 5.2. Inductance en régime sinusoïdal
- 5.3. Valeur efficace d'une tension sinusoïdale
- 5.4. Facteur de forme
- 5.5. Puissance réactive
- 5.6. Impédances des éléments de base
- 5.7. Modèle d'une bobine
- 5.8. Modèle d'un condensateur
- 5.9. Bande passante
- 5.10. Calculs d'impédances
- 5.11. Représentation d'impédance
- 5.12. Générateur à impédance de sortie capacitive
- 5.13. Ligne de transmission

1. CARACTÉRISTIQUES DE SIGNAUX PÉRIODIQUES

Soit un signal périodique.



On définit:

1.1. Amplitude du signal

Elle peut être définie crête à crête ou bien en valeur absolue

$$A_{cc}(u(t)) = u(t)$$

A: amplitude $\Rightarrow \neq$ crête à crête

1.2. Fréquence du signal

La fréquence est l'inverse de la période:

$$f = \frac{1}{T}$$

f : fréquence d'un signal périodique (Hz)

T : période de ce signal (s)

1.3. Valeur crête-à-crête (peak-to-peak : ptp)

Selon dessin

1.4. Valeur moyenne (average, mean)

La valeur moyenne est donnée par:

$$U_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \cdot \int_{\text{X}}^{\text{X}+T} u(t) \cdot dt$$

Cette valeur moyenne est aussi appelée "niveau continu" ou "niveau DC" en électronique; l'autre composante du signal est qualifiée d'alternative.

1.5. Valeur efficace (root mean square: RMS)

La valeur efficace est donnée par:

$$U_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_T u^2(t) \cdot dt}$$

Cette valeur efficace correspond au niveau d'un signal continu qui produirait la même dissipation par effet Joule. Par exemple, si on devait calculer la dissipation thermique d'un élément sous l'effet d'un signal, la valeur efficace de ce dernier serait la valeur la plus utile.

EXO 5.1 : CARACTÉRISTIQUES DU SIGNAL PÉRIODIQUE TRIANGULAIRE

2. PUISSANCE D'UN DIPÔLE

2.1. Puissance instantanée

Nous avons vu précédemment l'analogie électromécanique, faisant correspondre tension à force et courant à vitesse. L'analogie peut donc se poursuivre dans l'expression de la puissance instantanée :

Puissance électrique instantanée:

$$p_{\text{élec}}(t) = u(t) \cdot i(t)$$

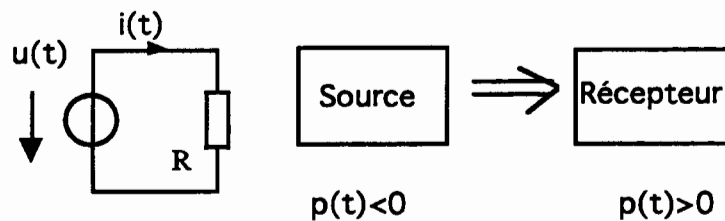
Puissance mécanique instantanée:

$$p_{\text{méc}}(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$$

Remarquons que cette puissance électrique est la puissance mécanique à développer pour déplacer une charge dans un champ électrostatique, à une vitesse donnée.

2.2. Exemple et convention de signe

Une source débite dans un récepteur ohmique; la puissance fournie par la source est négative. Pour le récepteur ohmique dont on a vu que sa caractéristique est de consommer de la puissance, le signe correspondant de la puissance est positif.



On a pour la source:

$$p_{\text{source}}(t) = -u(t) \cdot i(t)$$

et pour la charge:

$$p_{\text{charge}}(t) = r \cdot (i(t))^2$$

2.3. Puissance moyenne

Un élément résistif dissipe toujours de la puissance: c'est sa caractéristique. Alors on a toujours une expression positive de la puissance. Mais pour des éléments non consommateurs comme l'inductance par exemple, la puissance est parfois positive (l'inductance se charge en courant, donc soutire de l'énergie au circuit), parfois négative (l'inductance restitue de l'énergie au circuit électrique).

Ce qui exprime la consommation ou non de puissance n'est donc pas sa valeur instantanée, mais sa valeur moyenne.

L'expression de la puissance moyenne est donnée en toute généralité par :

$$P_{\text{moy}} = P = \frac{1}{T} \cdot \int_T u(t) \cdot i(t) \cdot dt$$

EXO 5.2: INDUCTANCE EN RÉGIME SINUSOÏDAL

3. RÉGIME SINUSOÏDAL

Une des caractéristiques des systèmes linéaires est de conserver la forme des signaux sinusoïdaux. Pour un tel système, on peut donc parler de régime sinusoïdal.

3.1. Grandeurs typiques en régime sinusoïdal

+ SUPERPOSITION.

Pour un signal sinusoïdal exprimé, par :

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi),$$

on a :

amplitude	\hat{U}
fréquence	$f = \frac{\omega}{2 \cdot \Pi}$
crête à crête	$U_{pp} = 2 \cdot \hat{U}$
valeur moyenne	$U_{moy} = 0$
valeur efficace	$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$

EXO 5.3 : VALEUR EFFICACE D'UNE TENSION SINUSOÏDALE

EXO 5.4 : FACTEUR DE FORME

3.2. Puissances actives et réactives

Dans le cas où un récepteur consomme une puissance (moyenne), on parle de puissance active, c'est le cas de la résistance. L'énergie entre dans le système sous forme électrique, et en sort sous forme de pertes ohmiques. Notons que si le schéma électrique représente aussi en partie un système mécanique, la perte ohmique peut signifier des frottements visqueux, comme indiqué précédemment.

Dans le cas où l'on a une puissance moyenne nulle mais une puissance instantanée non nulle, on dit que la puissance est réactive, c'est le cas des inductances et capacités, des bobines et condensateurs de bonne qualité. L'énergie circule dans le circuit et se fait momentanément stocker (sous forme magnétique respectivement électrique pour l'inductance et la capacité). Le récepteur ne consomme pas à proprement parler de l'énergie, mais cette fluctuation de courant crée des pertes dans les lignes de transmission.

EXO 5.5 : puissance réactive

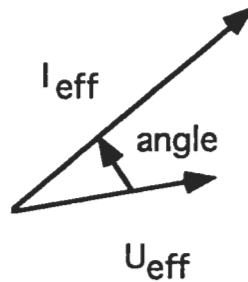
3.3. Notation de Fresnel (vecteurs tournants)

En régime sinusoïdal, les courants et tensions sont des sinusoïdes déphasées l'une par rapport à l'autre, et ayant chacune leur amplitude.

On représente les courants et tensions d'un dipôle par des vecteurs dits de Fresnel, où l'information de fréquence est laissée de côté.

$$\begin{cases} u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t) \\ i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \end{cases}$$

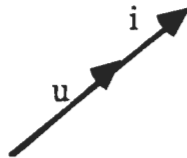
Vecteurs de Fresnel:



On ne garde dans cette représentation que la valeur efficace, image de l'amplitude et de déphasage entre courant et tension.

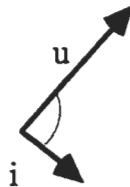
Ainsi, la puissance active devient le produit scalaire des deux vecteurs:

Résistance:



i et u sont en phase

Inductance:



u est en avance sur i

Capacité:

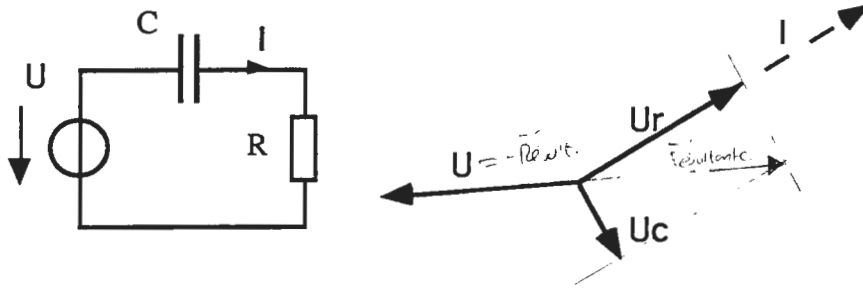


i est en avance sur u

Le déphasage entre courant et tension d'un [!] ^{$\pi/2$} (quart de tour) correspond en régime sinusoïdal, à la relation de dérivation ou d'intégration existant entre ces grandeurs pour la capacité et l'inductance. Remarquons encore que dans cette notation, l'application des lois de Kirchhoff revient à fermer les polygones des tensions et courants.

3.4. Exemple: circuit RC en régime sinusoïdal

Circuit RC en régime sinusoïdal:



On constate que courant et tension sont parallèles dans la résistance, et perpendiculaires dans la capacité. La notion d'impédance, qui est abordée plus loin, permet de faire des calculs qui peuvent être complémentaires d'une méthode graphique de ce type. La représentation de Fresnel permet de "visualiser" une partie du comportement d'un système linéaire en régime sinusoïdal (dit aussi régime harmonique)

3.5. La notion d'impédance

3.5.1. Justification théorique

La représentation vectorielle des relations courant-tension en régime sinusoïdal est une manière de ne garder du signal qu'un déphasage et une amplitude. Ce résultat peut aussi être obtenu grâce à l'utilisation de nombres complexes:

Le signal:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} e^{j\alpha} &= \cos \alpha + j \cdot \sin \alpha \\ e^{-j\alpha} &= \cos \alpha - j \cdot \sin \alpha \\ \Rightarrow \cos \alpha &= \frac{e^{j\alpha} + e^{-j\alpha}}{2} \\ \Rightarrow \sin \alpha &= \frac{e^{j\alpha} - e^{-j\alpha}}{2j} \end{aligned}$$

devient, en notation complexe :

$$\underline{u}(t) = U \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = U \cdot e^{j\varphi} \cdot e^{j\omega t} : \text{tension complexe}$$

$$\underline{u}(t) = \underline{U} \cdot e^{j\omega t} ; \quad \underline{U} : \text{nombre complexe représentant la tension}$$

La notation complexe permet d'exprimer la relation courant-tension en régime sinusoïdal, grâce à la notion d'impédance :

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

\underline{U} : tension efficace

\underline{I} : courant efficace

\underline{Z} : impédance complexe

Cette relation prend la même forme linéaire que la loi d'ohm. L'utilisation de ces nombres complexes en régime sinusoïdal permet de traiter dans le même langage les effets résistifs, capacitifs et inductifs. (Voir l'exercice 5.6).

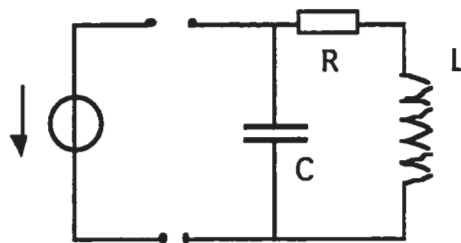
3.5.2. Impédance des trois éléments passifs de base

	Caractéristique	Relation i-u:	Impédance
Résistance	$u(t) = R \cdot i(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_R \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_R = R$
Inductance	$u(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L$
Capacité	$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$ $= -j \frac{1}{\omega C}$

EXO 5.6 : IMPÉDANCES DES ÉLÉMENTS DE BASE

3.5.3. Impédance d'une bobine

On peut modéliser le comportement linéaire d'une bobine auto inductive de la sorte:

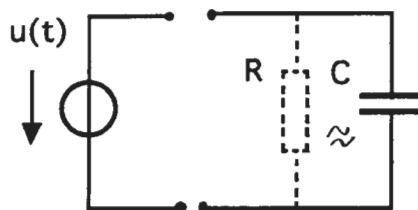


La résistance représente les pertes par effet Joule, l'inductance la composante auto inductive, la capacité les effets d'accumulation de charges.

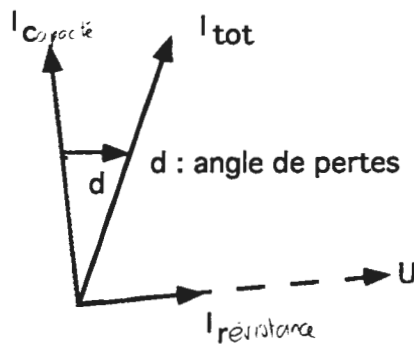
EXO 5.7: MODÈLE D'UNE BOBINE

3.5.4. Impédance d'un condensateur

On modélise souvent un condensateur en tenant compte de ses pertes ohmiques:



Ces pertes sont représentées, en mode fréquentiel, par un angle de pertes d'autant plus petit qu'elles sont faibles:



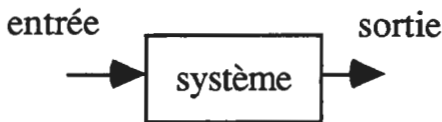
EXO 5.8: MODÈLE D'UN CONDENSATEUR

3.6. Gain, atténuation et décibels

Il arrive fréquemment, notamment lors d'analyses harmoniques (voir la leçon consacrée à l'analyse fréquentielle), que l'on veuille exprimer le gain d'un système en décibels. Que cela signifie-t-il ?

3.6.1. Gain

Le gain en général est défini comme le rapport de la grandeur de sortie sur celle d'entrée:



$$\text{Gain} = \frac{\text{grandeur de sortie}}{\text{grandeur d'entrée}}$$

3.6.2. Gain en puissance

Le gain en puissance d'un système peut être exprimé en logarithme et l'unité est alors le Bel ou le décibel :

$$\text{Gain (décibel)} = 10 \cdot \text{Log} \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right) : \text{Gain en puissance}$$

$$P_{in} : \text{puissance d'entrée} \quad (W)$$

$$P_{out} : \text{puissance de sortie} \quad (W)$$

Comme en électronique on travaille souvent directement en tension ou courant, il faut encore voir qu'une puissance électrique est donnée par le carré de ces grandeurs. Il en résulte:

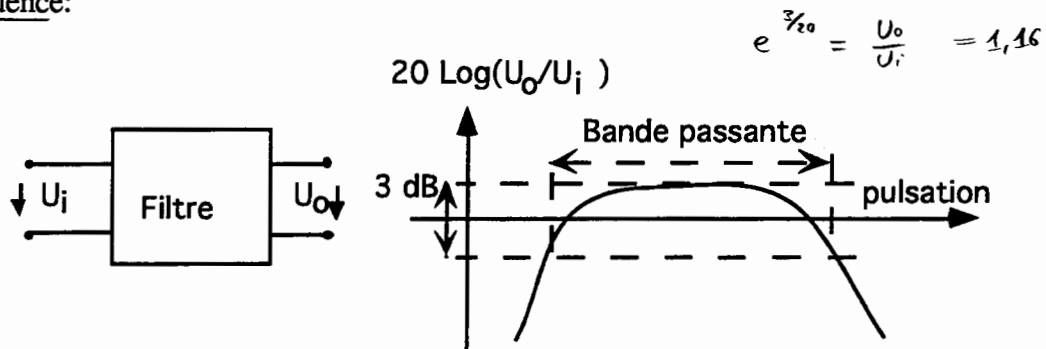
$$\text{Gain (dB)} = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{U_{out}}{U_{in}} \right) : \text{Gain en tension}$$

$$U_{in} : \text{tension d'entrée} \quad (V)$$

$$U_{out} : \text{tension de sortie} \quad (V)$$

3.6.3. Exemple d'un filtre passe-bande

Un filtre électronique présente la propriété d'avoir un gain en tension variable en fréquence:



La région en fréquence délimitée par une chute de gain inférieure à 3 dB est appelée bande passante.

EXO 5.9 : BANDE PASSANTE

EXO 5.10 : CALCULS D'IMPÉDANCES

4. ASSOCIATIONS D'IMPÉDANCES

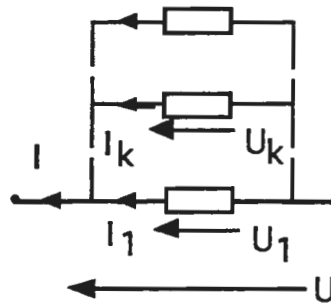
Dans ce chapitre, on pose le problème de l'association de dipôles, soit de trouver des dipôles équivalents à des ensembles de dipôles montés en série ou en parallèle. Du moment que les caractéristiques des dipôles se résument à leur relation tension-courant, les lois de Kirchhoff expriment que les courants se somment en parallèle et que les tensions se somment en série. Si la caractéristique d'un dipôle est statique et non-linéaire, on peut appliquer facilement ces règles pour construire la caractéristique statique du dipôle équivalent. Le cas linéaire et dynamique des impédances est celui qui revient très fréquemment: les impédances se somment en série, et l'inverse de l'impédance équivalente est la somme des inverses des impédances montées en parallèle.

4.1. Cas général d'association de dipôles

Des deux relations de Kirchhoff, on déduit immédiatement les règles d'association des dipôles:

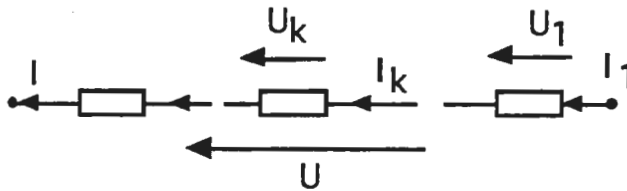
4.1.1. Association en parallèle

$$\left| \begin{array}{l} U = U_k \\ I = \sum_k I_k \end{array} \right.$$



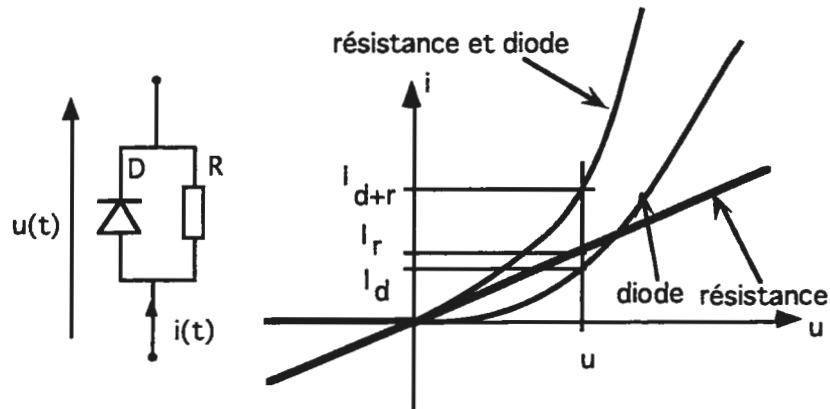
4.1.2. Association en série

$$\left| \begin{array}{l} U = \sum_k U_k \\ I = I_k \end{array} \right.$$



4.2. Association de dipôles non linéaires (caractéristique statique)

Soit une diode mise en parallèle à une résistance. Le dipôle résultant est également non-linéaire, et on peut aisément reconstituer sa caractéristique statique en sommant les courants.



4.3. Association de dipôles linéaires

4.3.1. Impédances pour les dipôles linéaires

Dans le cas plus standard des dipôles linéaires, on a pour leurs impédances:

$$\underline{Z}_k \text{ en parallèle: } \frac{1}{\underline{Z}_{\text{éq}}} = \sum_k \frac{1}{\underline{Z}_k}$$

$$\underline{Z}_k \text{ en série: } \underline{Z}_{\text{éq}} = \sum_k \underline{Z}_k$$

4.3.2. Cas des trois dipôles passifs de base :

$$* \text{ Résistances } \quad \text{en série: } R = \sum_k R_k \quad \text{en parallèle: } \frac{1}{R} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

$$* \text{ Capacités } \quad \text{en série: } \frac{1}{C} = \sum_k \frac{1}{C_k} \quad \text{en parallèle: } C = \sum_k C_k$$

$$* \text{ Inductances } \quad \text{en série: } L = \sum_k L_k \quad \text{en parallèle: } \frac{1}{L} = \sum_k \frac{1}{L_k}$$

EXO 5.11 : REPRÉSENTATION D'IMPÉDANCE

EXO 5.12 : GÉNÉRATEUR À IMPÉDANCE DE SORTIE CAPACITIVE

EXO 5.13 : LIGNE DE TRANSMISSION

5. EXERCICES

5.1. Caractéristiques du signal périodique triangulaire

Calculez et discutez en fonction de l'amplitude et de la fréquence les caractéristiques de ce signal périodique:

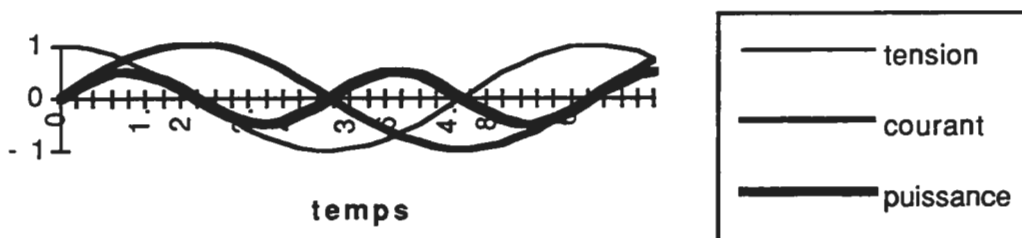


5.2. Inductance en régime sinusoïdal

Exprimez le courant, la tension et la puissance dans une inductance soumise au régime sinusoïdal.

Laquelle des puissances instantanée ou moyenne fluctue ? A quoi cela correspond-il ?

$u(t)$, $i(t)$, $p(t)$ dans une inductance



5.3. Valeur efficace d'une tension sinusoïdale

Vérifiez l'expression de la valeur efficace d'une tension sinusoïdale, en partant de la définition mathématique appliquée au cas sinusoïdal.

5.4. Facteur de forme

Donnez l'expression de la valeur moyenne d'un signal sinusoïdal redressé.

En supposant qu'un voltmètre redresse un signal et mesure sa valeur moyenne, quel est le facteur à introduire pour que son affichage indique une valeur efficace ?

Que se passe-t-il si le signal introduit n'est pas sinusoïdal ?

5.5. Puissance réactive

Une charge électrique compliquée est modélisée par une inductance, ce qui implique que la puissance de cette dernière sera strictement réactive. La ligne de transfert entre la source et la charge est modélisée en première approche par une résistance, image de pertes thermiques.

- Dessinez le schéma-bloc correspondant: source-ligne-récepteur.
- Dessinez le circuit électrique lié au modèle énoncé.
- Exprimez les puissances en jeu. Sont-elles actives, réactives ?
- Quelles conclusions peut-on en tirer ?

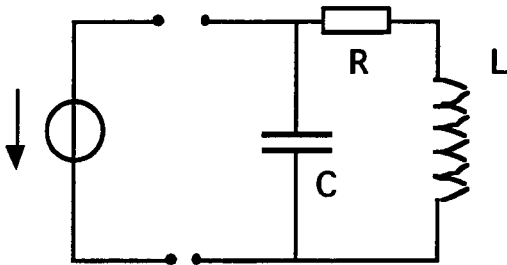
5.6. Impédances des éléments de base

Reconstituez le tableau des impédances résistives, capacitives et inductives :

	Caractéristique	Relation i-u:	Impédance
Résistance	$u(t) = R \cdot i(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_R \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_R = R$
Inductance	$u(t) = L \cdot \frac{d}{dt} i(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_L \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_L = j \cdot \omega \cdot L$
Capacité	$i(t) = C \cdot \frac{d}{dt} u(t)$	$\underline{U} = \underline{Z}_C \cdot \underline{I}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$

5.7. Modèle d'une bobine

On modélise parfois une bobine réelle par une inductance pour son effet auto inductif, une résistance pour la dissipation par effet Joule dans le bobinage et une capacité pour l'accumulation de charges par influence entre fils :



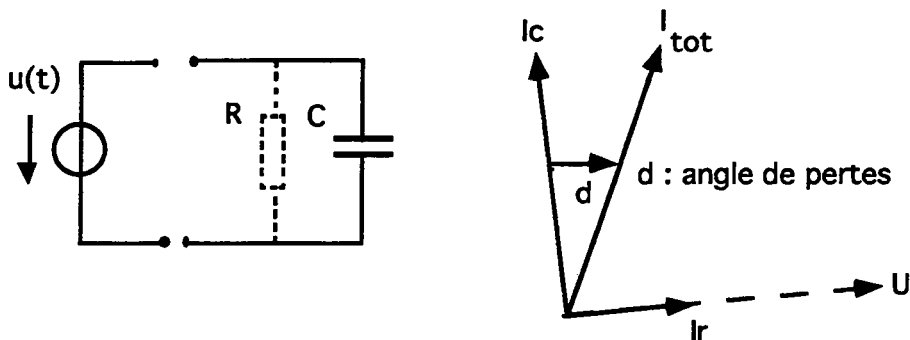
Quelques données:

Fréquence : 100 KHz
 Tension de crête : 15 V
 Coefficient $L=1.5$ mH
 Capacité $C=300$ pF
 Résistance $R=15$ ohm

Quel est le courant demandé à la source par cette charge ?
 Quelle est l'importance (% impédance) de l'effet capacitif à cette fréquence ?

5.8. Modèle d'un condensateur

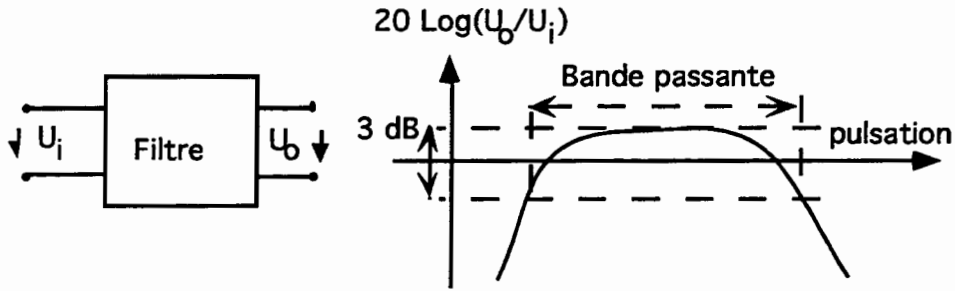
Un condensateur de $C=100$ nF est spécifié par le fabricant comme ayant un angle de pertes : $\vartheta=1.5^\circ$ à une fréquence de 100 KHz.



Dessinez à l'échelle le diagramme de Fresnel.
 A quelle résistance en parallèle à la capacité cette spécification correspond-elle ?

5.9. Bande passante

Un filtre électronique présente la propriété d'avoir un gain en tension variable en fréquence:



La région en fréquence délimitée par une chute de gain inférieure à 3 dB est appelée bande passante.

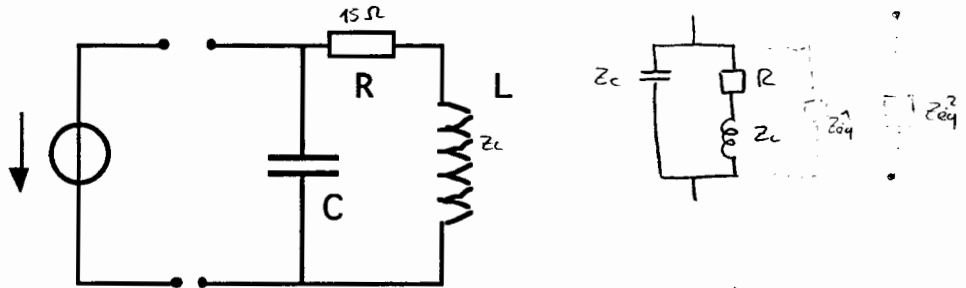
Que représente -3 dB en terme de puissance transmise ?

$$-3 = 10 \cdot \log \left(\frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \Rightarrow 10^{-3/10} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 0,5011$$

(la moitié de la puissance d'entrée est transmise)

5.10. Calculs d'impédances

Donnez l'impédance du dipôle à droite, pour les fréquences suivantes: 100 KHz, 10 KHz et 1 KHz



On spécifie:

Coefficient L=1.5 mH
Capacité C=300 pF
Résistance R=15 ohm

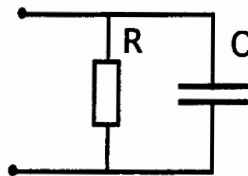
On a: $Z_L = j \cdot \omega \cdot L$, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$
 $Z_C = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_{eq1}} + \frac{1}{Z_C} = \frac{Z_{eq1} + Z_C}{Z_{eq1} \cdot Z_C} = \frac{R + Z_L + Z_C}{(R + Z_L) \cdot Z_C}$$

$$= \frac{R + j(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C})}{\frac{L}{C} + j(-\frac{R}{\omega \cdot C})}$$

5.11. Représentation d'impédance

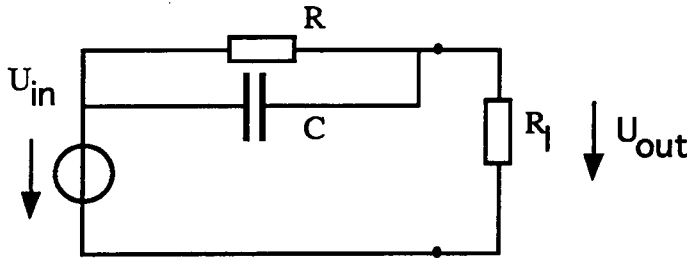
Représentez l'amplitude et la phase de l'impédance suivante, en fonction de la fréquence, exprimée en échelle logarithmique:



On a les valeurs suivantes: C=100 n ; R = 10K

5.12. Générateur à impédance de sortie capacitive

Soit un générateur de tension, à impédance de sortie capacitive. Il est chargé avec une charge ohmique, selon le schéma suivant:



On a :

$$R = 100 \Omega$$

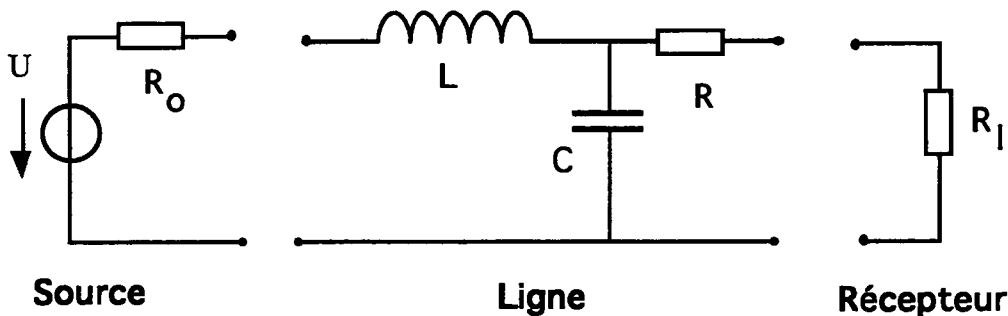
$$C = 100 \text{ pF}$$

$$R_l = 1 \text{ K}\Omega$$

Quelle est l'influence de la capacité parasite sur la tension de sortie, à une fréquence de 100 KHz pour une tension d'entrée sinusoïdale ?

5.13. Ligne de transmission

On peut modéliser une ligne de transmission (câble) par :



Discutez les cas limites : hautes fréquences, basses fréquences.

Explicitez l'impédance en fonction de la fréquence, vue par la source de tension.

Quand peut-on négliger dans le modèle la capacité et l'inductance ?

Leçon IV: L'ANALYSE FRÉQUENTIELLE

Pour les systèmes linéaires, l'analyse fréquentielle permet de connaître la réponse du système à une excitation sinusoïdale, à différentes fréquences. Dans cette leçon, on montre la présentation courante de ces résultats: les diagrammes de Bode. Ces diagrammes peuvent être réalisés expérimentalement ou à partir d'un calcul théorique. On étudie ainsi deux circuits très répandus: les filtres RC passe-haut et passe-bas qui sont les filtres électroniques les plus rudimentaires.

PLAN DE LA LEÇON IV

1. Analyse fréquentielle expérimentale

- 1.1. Définition de l'analyse harmonique expérimentale
- 1.2. Diagrammes de Bode
- 1.3. Ordre du système et pente du gain
- 1.4. Exemple de diagramme de Bode

2. Analyse fréquentielle à l'aide des nombres complexes

- 2.1. Exemple typique: le circuit RC passe-bas
- 2.2. Exemple typique: circuit RC passe-haut

3. Remarques générales

- 3.1. Analyse fréquentielle par Fourier
- 3.2. Simulation et analogie mécanique
- 3.3. Remarque: les filtres électroniques

4. Exercices

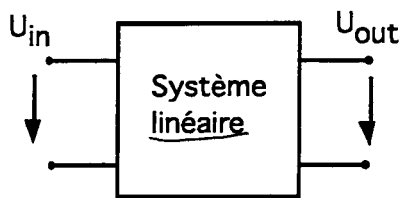
- 4.1. Lecture d'un diagramme de Bode
- 4.2. Analyse harmonique de circuits RL
- 4.3. Circuit RC en situation réelle
- 4.4. Diagrammes de Bode
- 4.5. Diagrammes de Bode
- 4.6. Fonctions de transfert
- 4.7. Analyse harmonique
- 4.9. Diagramme de Bode
- 4.10. Analyse harmonique

1. ANALYSE FRÉQUENTIELLE EXPÉRIMENTALE

1.1. Définition: analyse harmonique expérimentale

A titre didactique ou réellement expérimental, on peut effectuer une analyse harmonique partielle d'un système. Le principe est le suivant:

- On impose en entrée du système à étudier une tension sinusoïdale, à une fréquence fixée.
- On attend un certain temps que le régime soit stabilisé. On appelle cela le régime sinusoïdal établi. (Pour plus de détails à ce sujet, voir la leçon suivante).



Tension d'entrée:

$$U_{in}(t) = U_{in} \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (V)$$

Tension de sortie:

$$U_{out}(t) = U_{out} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (V)$$

ω : pulsation de travail (s^{-1}), (rad / sec)

φ : déphasage entrée - sortie (-), (rad)

$\frac{U_{out}}{U_{in}}$: gain en amplitude (-)

- On relève le gain en amplitude et le déphasage du système.
- On recommence l'opération pour une large plage de fréquences (ou de pulsation).

Le résultat de ce type de mesure est un ensemble de deux graphes: gain-pulsation et déphasage-pulsation. On parle de diagramme de Bode lorsqu'on en fait une représentation en échelle logarithmique pour les pulsations.

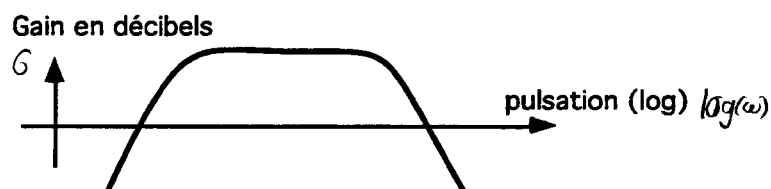
1.2. Diagrammes de Bode

La représentation courante en électronique est donnée sous forme de diagrammes de Bode, où l'on montre l'évolution du gain en décibels et du déphasage en fonction de la pulsation de travail, placée elle aussi en échelle logarithmique.

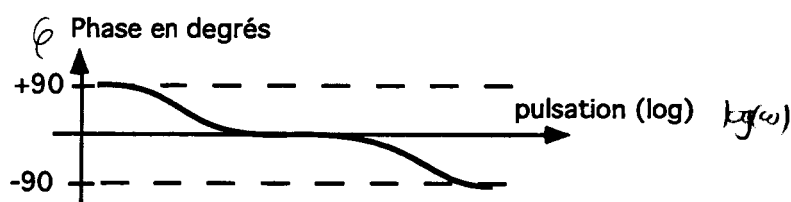
$$G_{dB}(\omega)$$

$$\varphi(\omega)$$

Exemple de diagramme de Bode en amplitude:



Exemple de diagramme de Bode en phase:



1.3. Ordre du système et pente du gain

seul. d'un. ème. ordre:

$n \cdot 6 \text{ dB/octave}$

(pente)

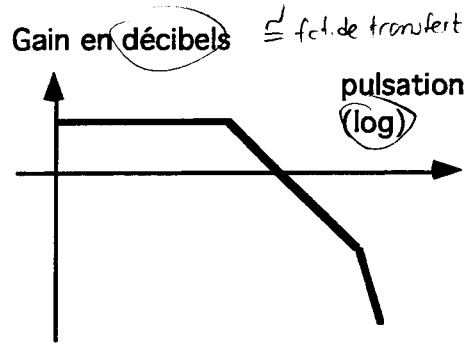
octave: doublement
de ω

On peut reconnaître l'ordre du système à la pente du gain : un système du premier ordre se comporte asymptotiquement avec un affaiblissement de 6 décibels par octave, ou 20 décibels par décade. En général, n fois 6 dB pour un système du n ème ordre.

Rappelons qu'une octave correspond à un doublement de fréquence, une décade à une multiplication par dix.

L'expression des pulsations en échelles logarithmiques permet donc de faire apparaître cette propriété qui par ailleurs sert à schématiser des diagrammes de Bode:

Par exemple, si on considère le diagramme asymptotique suivant:



$$\omega = 2\pi \cdot f$$

donc 1 octave \Rightarrow $2 \cdot \omega_{initial}$.

on peut conclure que le système est du second ordre, avec deux pôles simples:

Fonction de transfert: = Gain dans les complexes = $G \in \mathbb{C}$.

$$G(j\omega) = A_0 \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_2}$$

A_0 : Gain statique (-)

$\tau_{1,2}$: Constantes de temps (s)

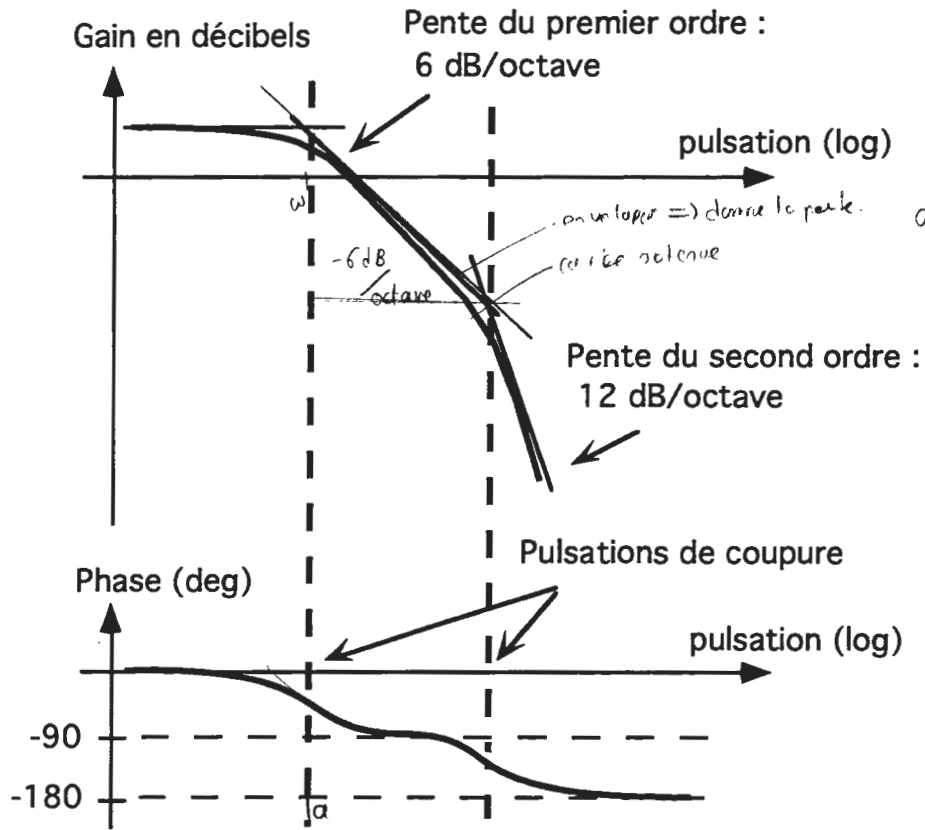
ω : Pulsation de travail (s^{-1})

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{\tau_{1,2}} \text{ Pulsations de coupure } (s^{-1})$$

EXO 4.1: LECTURE D'UN DIAGRAMME DE BODE

1.4. Exemple de diagramme de Bode

Une analyse harmonique expérimentale permet d'obtenir ce type de diagrammes de Bode : (se référer aux travaux pratiques de laboratoire)

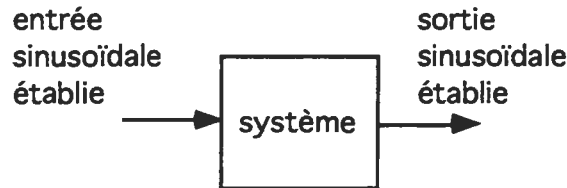


$\Delta x = 2,2 \text{ cm}$
 $\Delta y = 1,6 \text{ cm}$
 $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1,6}{2,2} = 0,6956$
 $0 \text{ dB} = 1 \text{ octave}$
 $\Rightarrow 1 \text{ octave} = 19,8375 \text{ cm}$
i.e. $\log(\omega 2) - \log(\omega) = 19,8375$
 $\Rightarrow \log\left(\frac{2 \cdot \omega}{\omega}\right) = 19,8375$
 $\log 2 \nearrow 19,8375$

permet la construction de filtres, si on arrive à déterminer le ph. a
 \Rightarrow si $\omega > \alpha \Rightarrow$ coupe le signal

2. ANALYSE FRÉQUENTIELLE À L'AIDE DES NOMBRES COMPLEXES

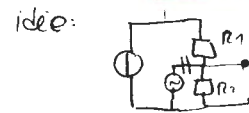
Nous avons déjà vu qu'en régime sinusoïdal, on peut représenter les signaux par des vecteurs ou des nombres complexes. Comme l'analyse harmonique d'un système linéaire se fait en régime sinusoïdal établi (voir cours suivant), l'utilisation de nombres complexes (pour l'entrée, la sortie et le gain) est adéquate.



Dans cette approche, le module du gain complexe représente le gain en amplitude et sa phase, le déphasage introduit par le système:

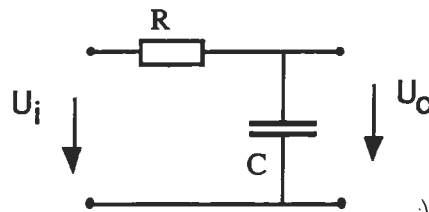
$$\begin{aligned} \text{entrée: } \underline{U}_i \quad \text{sortie: } \underline{U}_o \\ \underline{G} = \frac{\underline{U}_o}{\underline{U}_i} : \text{gain complexe} \\ |\underline{G}| = \text{gain en amplitude} \\ \text{Arg}(\underline{G}) = \text{déphasage} \end{aligned}$$

Remarque: circuits à source de courant continue et alternatif
DC: continu
AC: alternatif



2.1. Exemple typique: le circuit RC passe-bas

Soit le circuit RC suivant, dit "passe-bas":



i) DC: $V_u \downarrow$ unique res continu (Thevenin)
 ii) AC: $u(t) \downarrow$ unique res alternatif

\Rightarrow composante continue \oplus comp. alternatif
 $\underline{H}(j\omega) \rightarrow$ à trouver.

i) $U = V_u \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

Le gain complexe de ce circuit est donné par:

Gain complexe:

$$\underline{G} = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R} ; \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad \text{Théorème de Thévenin: } U_o = \frac{Z_C}{R + Z_C} \cdot U_i$$

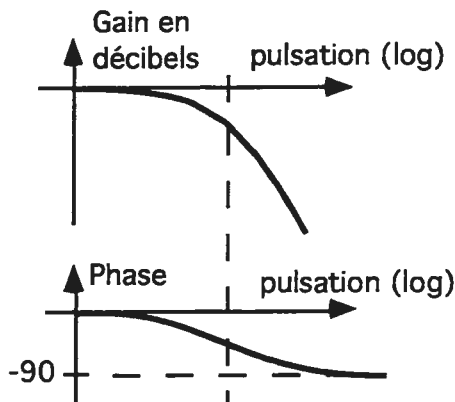
$\underline{Z}_C, \underline{Z}_R$: impédances de C et R (Ω)

$\tau = R \cdot C$: constante de temps (s)

$\omega_c = \frac{1}{\tau}$: pulsation de coupure (s^{-1})

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \tau = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \nu}$$

On obtient, pour les diagrammes de Bode:



Le gain en amplitude est déduit du module:

Gain en amplitude:

$$|G| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}} \quad (-)$$

Soit $z = a + i \cdot b \in \mathbb{C}$, alors on définit l'argument de z par:
 $Arg(z) = \theta = \text{atg}\left(\frac{b}{a}\right)$

Le déphasage est déduit de l'argument:

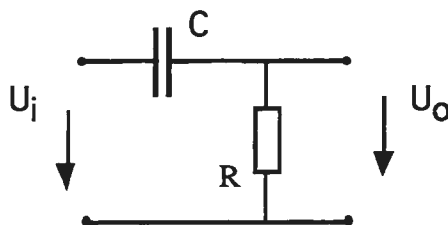
Déphasage introduit:

$$Arg(\underline{G}) = -\text{arctg}(\omega \cdot \tau) \quad (rad)$$

2.2. Exemple typique: circuit RC passe-haut

Passe-bas : RC
 Passe-haut : CR

Soit le circuit RC suivant, dit "passe-haut":



Son gain complexe est donné par:

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi f$$

Gain complexe:

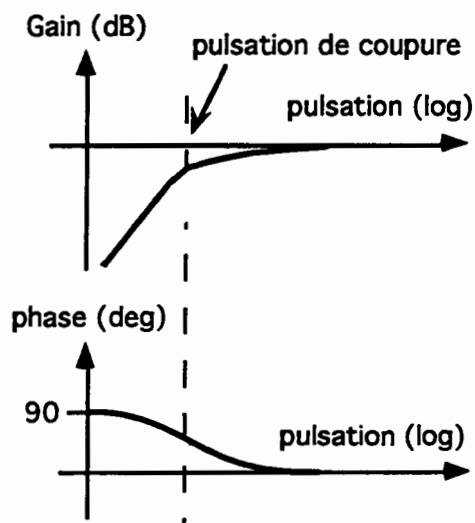
$$\underline{G} = \frac{\underline{Z}_R}{\underline{Z}_C + \underline{Z}_R} = \underline{G}(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}$$

$$\underline{Z}_C, \underline{Z}_R : \text{impédances de } C \text{ et } R \quad (\Omega)$$

$$\tau = R \cdot C : \text{constante de temps} \quad (s)$$

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} : \text{pulsation de coupure} \quad (s^{-1})$$

On obtient, pour ses diagrammes de Bode:



Son gain, déduit du module:

Gain en amplitude:

$$|G| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot \tau^2}} \quad (-)$$

Son déphasage, déduit de l'argument:

Déphasage:

$$\text{Arg}(G) = \frac{\Pi}{2} - \text{arctg}(\omega \cdot \tau) \quad (\text{rad})$$

EXO 4.2: ANALYSE HARMONIQUE DE CIRCUITS RL

EXO 4.3 : CIRCUIT RC EN SITUATION RÉELLE

EXO 4.4: DIAGRAMME DE BODE

EXO 4.5: DIAGRAMME DE BODE

EXO 4.6: FONCTIONS DE TRANSFERT

EXO 4.7: ANALYSE HARMONIQUE

EXO 4.9: DIAGRAMME DE BODE

EXO 4.10: ANALYSE HARMONIQUE

3. REMARQUES GÉNÉRALES

3.1. Analyse fréquentielle par Fourier

De ce qui précède, on note simplement qu'il est possible de caractériser un système linéaire en régime sinusoïdal par un nombre complexe dépendant de la fréquence: le gain complexe. Ce que nous aborderons dans la leçon consacrée à l'analyse de Fourier, c'est qu'il existe une transformation linéaire, la transformation de Fourier, permettant de caractériser le système linéaire dans des espaces fréquentiels, quel que soit son régime de travail, sinusoïdal ou non. Cette caractérisation est donc aussi valable en particulier pour le régime harmonique. Cette transformation de Fourier permet d'aborder la question du traitement de signal en électronique. (Voir leçon VI)

3.2. Simulation et analogie mécanique

Comme nous savons qu'un circuit électronique RLC par exemple peut représenter un système mécanique, il est aisé de voir qu'il est possible (et cela se faisait il y a quelques années encore) de faire des simulations électroniques de gros systèmes mécaniques comme des turbines, systèmes automatiques, procédés chimiques etc De nos jours, l'ordinateur permet d'effectuer ces opérations numériquement, avec une particulière efficacité pour les systèmes linéaires. Parallèlement, les systèmes électroniques se sont alourdis, et on recourt aussi à des logiciels de conception et simulation pour l'électronique. Dans ces logiciels, il est clair que l'analyse harmonique est une fonction de base. Deux mini projets son prévus sur un outil de ce type, un à la fin de chaque semestre (voir le programme du semestre, distribué en classe).

3.3. Remarque: les filtres électroniques

Nous avons déjà évoqué le problème du filtrage. Sous une forme ou sous une autre, ces questions se retrouvent dans toutes les disciplines de l'ingénierie, que ce soit à titre de sous-système à réaliser (par exemple un filtre passe-bande pour les systèmes audio), de systèmes à maîtriser (les questions de vibrations en mécanique par exemple, ou d'immunité au bruit de circuits électroniques) ou de sous-systèmes "parasites" qu'on cherche à connaître (par exemple, la cellule RC modélisant un courte ligne de transmission). En électricité, le filtrage peut être analogique ou informatique. (Voir "Filtres électriques, [9] et "Traitement numérique des signaux", [10])

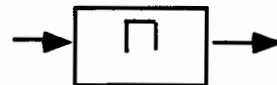
Filtre passe-bas:



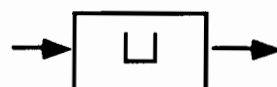
Filtre passe-haut:



Filtre passe-bande:

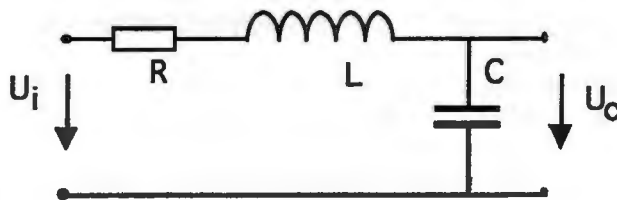


Filtre coupe-bande:

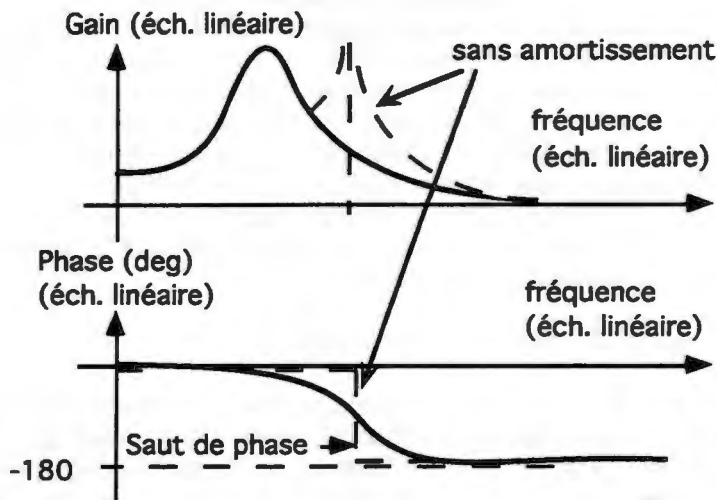


Remarque

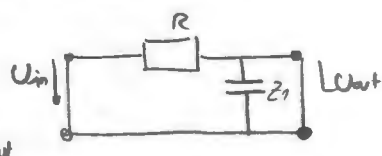
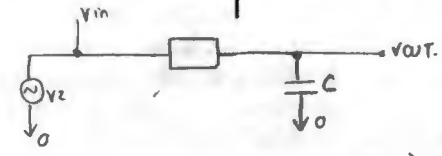
Le circuit RLC était utilisé dans les récepteurs radio comme un filtre passes-bande, avec sélection de la fréquence par ajustement de la valeur de la capacité (tuning).



On a les diagrammes de Bode (échelle linéaire) correspondant:



exercice 0



1) déterminer la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

Norton: $U_2 = \frac{R}{Z + R} \cdot U_{in} = U_1 \cdot \frac{R}{R + Z_C}$

$Z_L = j \cdot \omega \cdot L$
 $Z_C = -j \cdot \frac{1}{\omega C}$

On a par déf: $H = \frac{U_2}{U_1}$, avec $U_1 = cte$, et on fait varier ω , puis on observe le comportement du module de H et on en déduit Bode

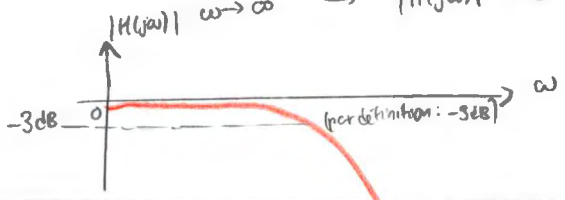
$U_2 = U_1 \cdot \frac{R}{R - j \frac{1}{\omega \cdot C}}$

$|a| = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}$ $a = (a_1 + a_2 i)$

$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C}$ $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

$|H(j\omega)| = \frac{1}{|1 + j \cdot \omega \cdot R \cdot C|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \cdot R^2 \cdot C^2}}$

On regarde: $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow |H(j\omega)| \rightarrow 1 \Rightarrow \ln(1) = 0 \text{ dB}$
 $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow |H(j\omega)| \rightarrow 0 \Rightarrow \ln(0) = -\infty \text{ dB}$

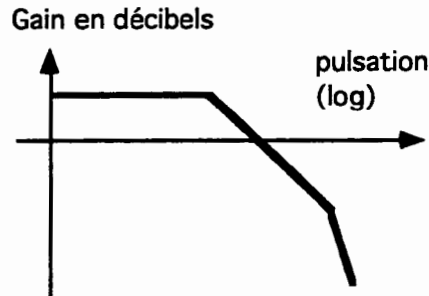


$\omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}$, alors: $R \cdot C = \frac{1}{\omega}$
 $|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $\delta = -\text{atg}(\frac{\omega}{\omega_0}) = \text{déphasage}$

4. EXERCICES

4.1. Lecture d'un diagramme de Bode

Soit le diagramme en amplitude, provenant d'une analyse expérimentale:



On postule un système du second ordre, avec deux pôles simples:

Fonction de transfert:

$$G(j\omega) = A_0 \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau_2}$$

A_0 : Gain statique (-)

$\tau_{1,2}$: Constantes de temps (s)

ω : Pulsation de travail (s^{-1})

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \cdot \nu$$

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\omega_{1,2} = \frac{1}{\tau_{1,2}} \text{ Pulsations de coupure (s}^{-1}\text{)}$$

fréquence normalisée
 $\tau = R \cdot C$

- Placez ω_1, ω_2 , et A_0 sur le diagramme ci-dessus.

On introduit dans le système correspondant au diagramme expérimental précédent, un signal carré de 20 KHz.

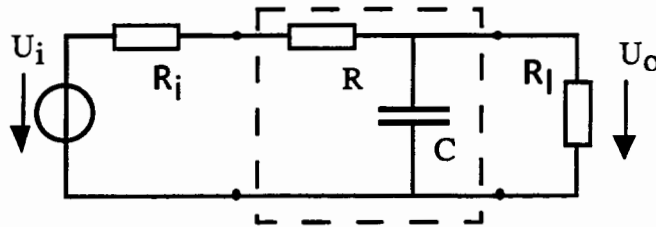
- Est-il réaliste de s'attendre à un affaiblissement de 50 % de l'amplitude de la première harmonique (composante à 40KHz), par rapport à la fondamentale (composante à 20 KHz) ? (on lit sur le relevé : $\omega_1 \approx 12000 \text{ rad / sec}$; $\omega_2 \approx 20000 \text{ rad / sec}$)

4.2. Analyse harmonique de circuits RL

Représentez et analysez harmoniquement les circuits RL passe-haut et passe-bas.

4.3. Circuit RC en situation réelle

Un circuit RC passe-bas est inséré dans un système qu'on modélise par une source affine et une charge résistive. L'ensemble donne le schéma suivant:



La résistance R_i sert à modéliser la résistance de sortie de la source de tension U_i . La résistance R_l est la résistance de charge du circuit; elle pourrait par exemple servir à modéliser l'effet de charge de l'oscilloscope d'observation. La cellule "RC" pourrait modéliser une courte ligne de transmission, comme celle vue sous 2.3.3.

- Exprimez sa constante de temps et son gain statique.
- Effectuez une analyse harmonique du quadripôle global, incluant charge et source.
- Quelles sont les conditions sur les valeurs pour qu'on puisse se ramener à la cellule RC de base, en négligeant charge et source ?

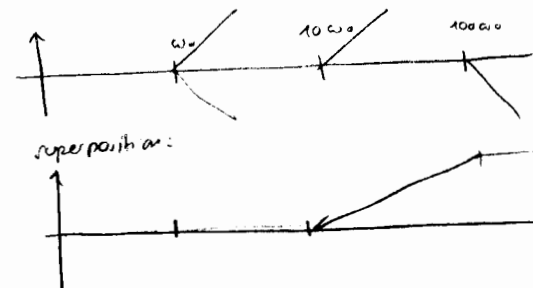
4.4. Diagrammes de Bode

Tracer le diagramme de Bode (en amplitude) de la fonction de transfert suivante:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(1 + \frac{j\omega}{10\omega_0}) (\frac{j\omega}{\omega_0})}{(1 + \frac{j\omega}{100\omega_0}) (1 + \frac{j\omega}{\omega_0})}$$

$$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{j\omega}{10\omega_0} \right) \cdot \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{j\omega}{100\omega_0} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0} \right)}$$

$10\omega_0$ ω_0 $100\omega_0$ ω_0
 +20dB



4.5. Diagrammes de Bode

a) Factoriser la fonction de transfert suivante:

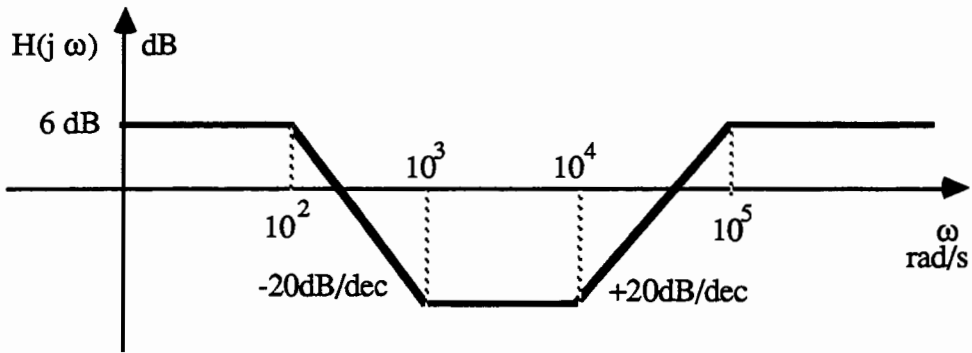
$$\frac{10^2 + 101 \frac{j\omega}{10\omega_0} - \left(\frac{\omega}{10\omega_0} \right)^2}{1 + 10.1 \frac{j\omega}{10\omega_0} - \left(\frac{\omega}{10\omega_0} \right)^2}$$

b) Tracer le diagramme de Bode (en amplitude)

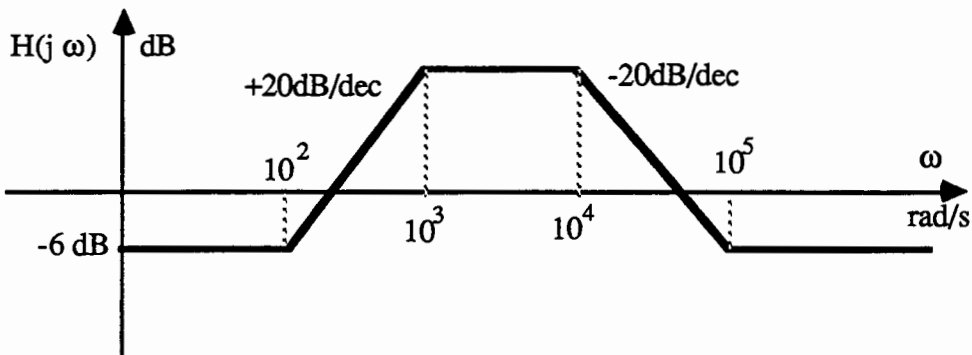
4.6. Fonctions de transfert

Déterminer les fonctions de transfert correspondant aux diagrammes de Bode suivants:

a)

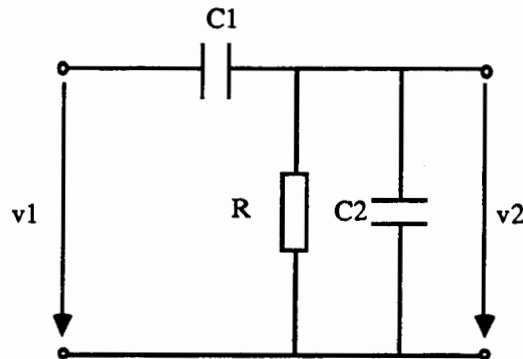


b)



4.7. Analyse harmonique

On propose le circuit ci-dessous:



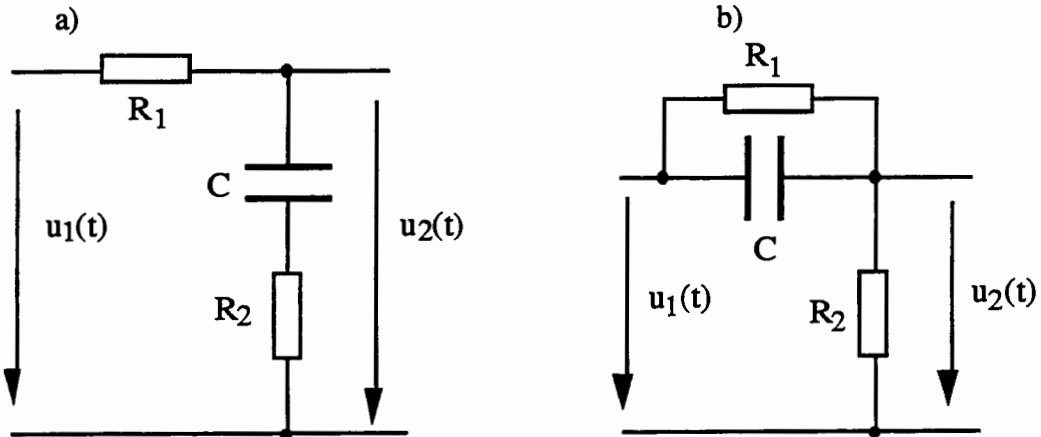
$C1 = 100\text{nF}$ $C2 = 900\text{ nF}$, $R = 1\text{ K}\Omega$

- a) Calculer la fonction de transfert $H(j\omega) = v2/v1$
- b) tracer les diagrammes de Bode en amplitude et en phase

4.9. Diagramme de Bode

Représenter dans un diagramme de Bode l'amplitude et la phase de la fonction de transfert

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{U}_1(j\omega)} \text{ (asymptotes uniquement) pour les deux circuits suivants :}$$

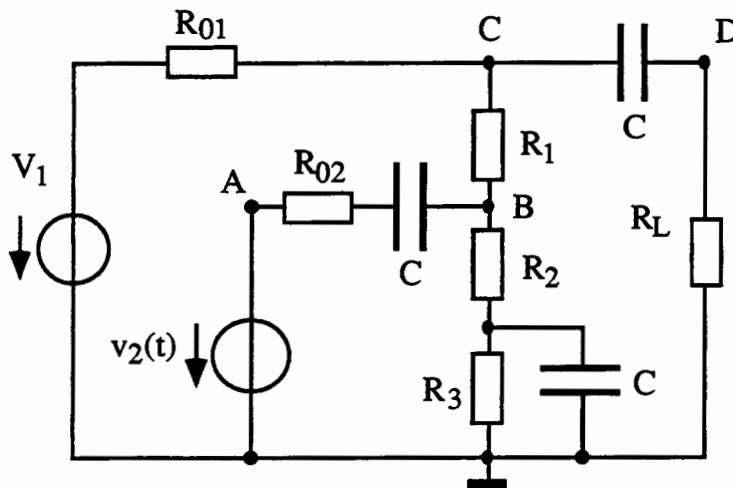


avec dans les deux cas $R_1 = 999 \cdot R_2$.

Indiquer la valeur analytique de l'amplitude, de la phase et de la pulsation aux points de brisure.

4.10. Analyse harmonique

On donne le circuit suivant avec une source de tension continue V_1 et une source de tension alternative $v_2(t)$ sinusoïdale.



$$V_1 = 10 \text{ V}$$

$$v_2 = 2\sin(\omega t) \text{ [V]}$$

$$R_{01} = R_{02} = 50 \text{ } \Omega$$

$$R_1 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_3 = 2 \text{ k}\Omega$$

$$R_L = 100 \text{ k}\Omega$$

1) Etablir le schéma équivalent en continu et déterminer la composante continue du potentiel aux noeuds A, B, C et D.

2) Etablir le schéma équivalent en alternatif à des fréquences assez hautes pour que les capacités puissent être remplacées par des courts-circuits. Déterminer la composante alternative du potentiel aux noeuds A, B, C et D.

Leçon V: L'ANALYSE TEMPORELLE

On présente d'abord la distinction classique entre régime transitoire et régime établi. Pour un système stable, le régime commence par être transitoire pendant un temps dépendant de ses caractéristiques, puis passe en régime établi.

Comme l'analyse harmonique se fait toujours en régime établi, on utilise l'analyse temporelle avec des signaux non-sinusoïdaux pour étudier les régimes transitoires.

La distinction suivante concerne le régime libre - correspondant à l'évolution du système sans excitation, laissé à ses conditions initiales-, du régime forcé, comme réponse spécifique du système à son excitation.

On introduit finalement la transformation de Laplace, qui est un outil souvent utilisé pour étudier les régimes transitoires, car il permet de résoudre facilement les équations différentielles linéaires à coefficients constants.

PLAN DE LA LEÇON V

1. Régime transitoire et régime permanent

- 1.1. Définition
- 1.2. Exemple: Circuit RC

2. Régime libre et régime forcé

- 2.1. Définition
- 2.2. Exemple du circuit RC
- 2.3. Remarques sur les différents régimes

3. Calcul opérationnel: la transformation de Laplace

- 3.1. Transformation de Laplace
- 3.2. Langage
- 3.3. Quelques propriétés
- 3.4. Fonction de transfert complexe
- 3.5. Exemple: Circuit RC passe-bas
- 3.6. Transformées de Laplace de quelques signaux
- 3.7. Tables de quelques transformées

4. Exercices

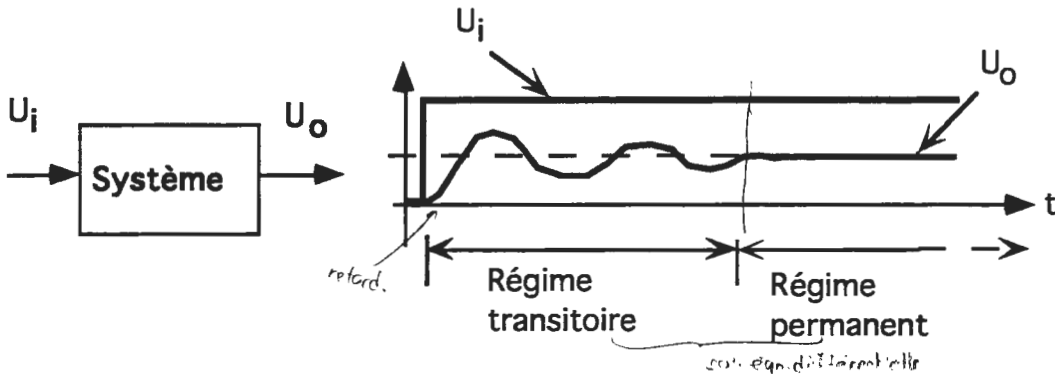
- 4.1. Temps d'établissement du premier ordre
- 4.2. circuit du second ordre
- 4.3. Exemple: Circuit RC passe-bas
- 4.4. Réponse indicielle
- 4.5. Réponse à signal carré
- 4.6. Réponse harmonique et indicielle

1. RÉGIME TRANSITOIRE ET RÉGIME PERMANENT

1.1. Définition [FONCTION, ETUDE TEMPORELLE]

Dans la leçon précédente, nous avons traité du régime sinusoïdal dit permanent : on suppose qu'il s'est écoulé suffisamment de temps depuis l'enclenchement du système, pour que tous les signaux aient pris un rythme de croisière, c'est-à-dire se retrouvent en régime permanent. L'analyse temporelle est une méthode complémentaire à l'analyse harmonique, dans la mesure où elle permet d'étudier le régime transitoire d'un système.

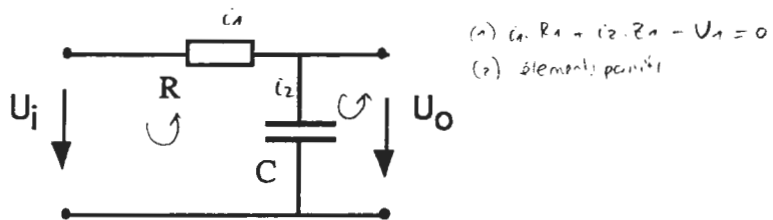
Par exemple, on applique ce qu'on appelle un échelon unité: une brusque variation de signal d'entrée:



Du point de vue mathématique, on comprend qu'à la résolution d'une équation différentielle linéaire, on va obtenir certains termes qui seront amortis par des exponentielles négatives, et d'autres pas. Ainsi, le régime transitoire est donné par les termes de la solution qui sont amortis exponentiellement. Les autres termes définissent ce qu'on appelle le régime permanent.

1.2. Exemple: Circuit RC

Soit la cellule RC passe-bas :



L'application des lois de Kirchhoff et des relations constitutives des éléments R et C nous procure l'équation différentielle suivante:

$$q'(t) \cdot R + \frac{1}{C} \cdot q(t) = U_i(t)$$

$$q(0) = 0$$

$q(t)$: charge circulant dans le circuit

$$I = \dot{q}$$

⚡ dépend de la valeur des coefficients

La Solution générale de l'équation homogène est:

$$q_h(t) = A \cdot e^{-t/RC} + q(0)$$

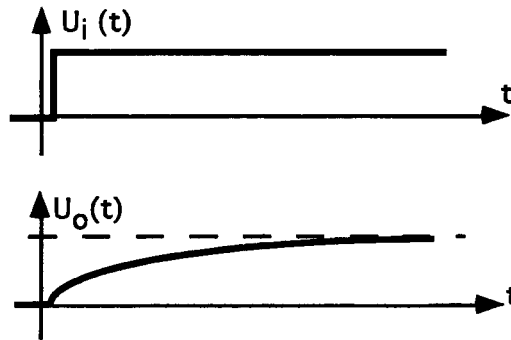
La Solution particulière est:

$$q_p(t) = C \cdot U_i$$

La solution générale est:

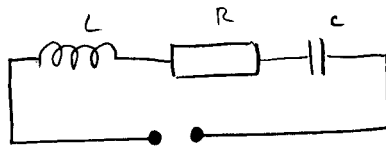
$$q(t) = \underbrace{C \cdot U_i}_{\text{Régime permanent}} - \underbrace{C \cdot U_i \cdot e^{-t/\tau}}_{\text{régime transitoire}} = C \cdot U_i \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$$

Représentation graphique de la réponse indicielle:



EXO 4.1: TEMPS D'ÉTABLISSEMENT DU PREMIER ORDRE

solution connue d'une éqn. diff.: $x(t) = X_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \right)$



$$V = V_{\max} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Loi de Kirchhoff: $L \cdot \frac{d}{dt} I + R \cdot I + \frac{1}{C} \int I dt = V \cdot \cos(\omega \cdot t)$

(vecteurs tournants: complexes)

2. RÉGIME LIBRE ET RÉGIME FORCÉ

2.1. Définition

Parallèlement à la distinction régime transitoire et permanent, il s'en impose à l'ingénieur une seconde: le régime libre correspond à l'évolution du système laissé à lui-même, sans intervention extérieure. Du point de vue mathématique, cela revient à laisser agir les seules conditions initiales, sans membre de droite dans l'équation différentielle; la réponse libre du système est la solution à l'équation homogène, avec conditions initiales:

Solution : $x(t) = x_p(t) + x_h(t)$

Système du premier ordre :

$$L(x) = f(x,t) \quad ; \quad f(x,t) \equiv 0 \text{ pour réponse libre}$$

$$x(0) = x_0$$

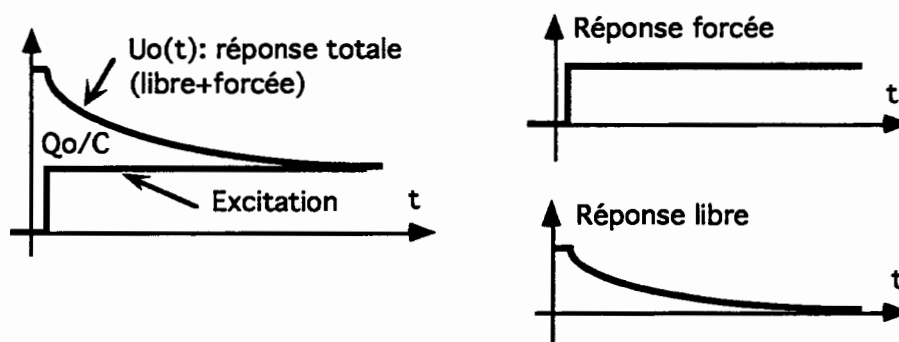
x_h : sol. transitoire.
 x_p : sol. permanente.

L : opérateur linéaire caractérisant le système

Le régime forcé correspond à la réponse du système lorsque ses conditions initiales sont nulles et qu'il n'y a donc que l'excitation qui agit sur le système.

2.2. Exemple du circuit RC x_p

Dans l'exemple précédent du circuit RC passe-bas, si on a une charge Q_0 initiale stockée dans la capacité, on obtient:



Ici le régime libre n'est pas nul, comme auparavant. La réponse transitoire s'en trouve modifiée, alors que le régime permanent est le même, vu qu'il dépend de l'excitation et que cette dernière est encore un échelon unité.

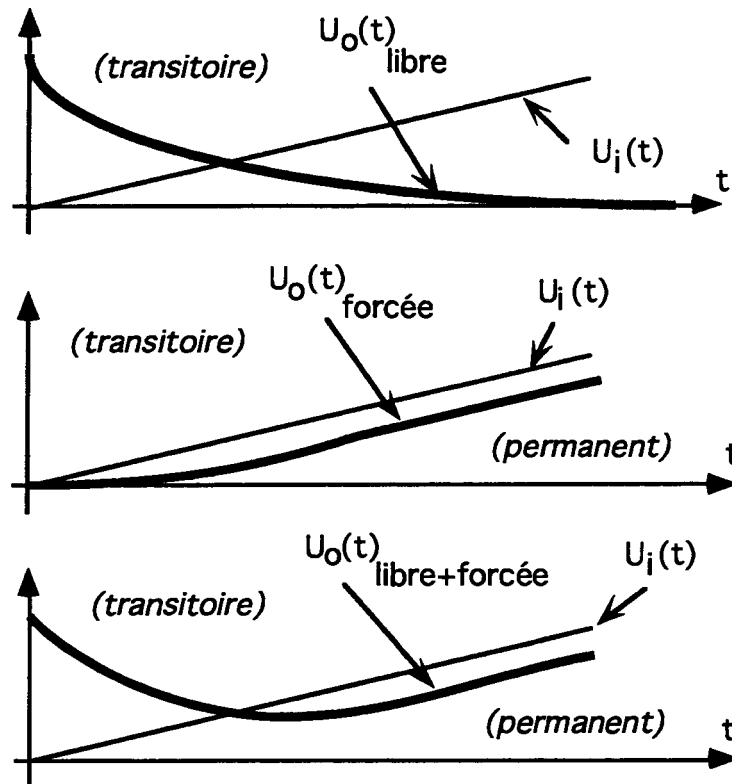
2.3. Remarques sur les différents régimes

Le régime libre d'un système linéaire est transitoire si le système est passif, car il y a toujours amortissement par pertes d'énergie non compensées.

La réciproque est fautive: le régime transitoire ne découle pas seulement du régime libre, car l'excitation du système, qui est déterminante du régime permanent, produit aussi un régime transitoire.

régime libre : syst. passif \Rightarrow régime transitoire

Par exemple, prenons un système du premier ordre, avec condition initiale non nulle et excitation en rampe:



EXO 4.2: CIRCUIT DU SECOND ORDRE

3. CALCUL OPÉRATIONNEL: LA TRANSFORMATION DE LAPLACE

Nous présentons ici quelques rudiments concernant la transformée de Laplace, outil très pratique pour résoudre les équations différentielles linéaires à coefficients constants. Ce point trouve donc sa place dans ce chapitre consacré à l'analyse temporelle de systèmes linéaires. De plus, on utilise couramment en électronique la transformée de Fourier, qui est mathématiquement un cas particulier de celle de Laplace. Cette dernière, est introduite à la leçon suivante.

3.1. Transformation de Laplace

On considère $f(t)$ une fonction dite causale, c'est à dire que $f(t)=0$ pour $t<0$. On applique un opérateur dit de Laplace sur cette fonction f :

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) \cdot dt \quad ; \quad p = \alpha + j \cdot \omega : \text{variable complexe}$$

$f(t) = 0 \quad \forall t < 0.$

La fonction $F : p \rightarrow F(p)$ est la transformée de Laplace de la fonction $f : t \rightarrow f(t)$, Les conditions de convergence de cette intégrale sont abordées dans "Théorie des réseaux de Kirchhoff", [2] . L'utilité de cette transformation apparaît immédiatement avec l'exposé de ses principales propriétés.

3.2. Langage

$$L := \int_0^{\infty} dt e^{-pt}$$

F est appelée image de f on écrit: $F(p) = L(f(t))$ ou $F = L(f)$

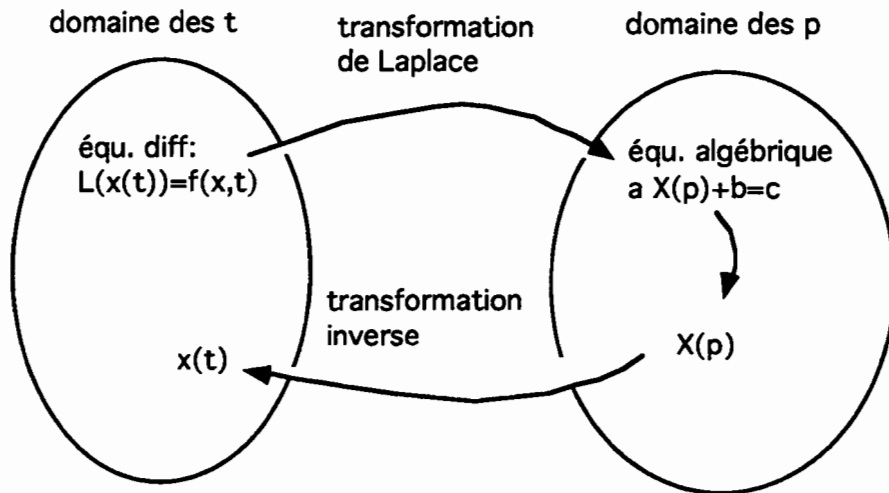
f est appelée original de F on écrit: $f(t) = L^{-1}(F(p))$ ou $f = L^{-1}(F)$

3.3. Quelques propriétés

La vérification de ces propriétés ne pose aucun problème, à partir de la définition même de la transformation de Laplace.

<u>Linéarité:</u>	$L(\alpha \cdot f_1 + \beta \cdot f_2) = \alpha \cdot F_1 + \beta \cdot F_2$
Transformée d'une dérivée:	$L\left(\frac{df}{dt}\right)(p) = p \cdot F(p) - f(0)$
avec $f(0)=0$:	$L\left(\frac{df}{dt}\right)(p) = p \cdot F(p)$
Transformée d'une intégrale, (avec $f(0)=0$):	$L\left(\int_0^t f\right)(p) = \frac{1}{p} \cdot F(p)$
Théorème de la valeur initiale:	$f(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$
Théorème de la valeur finale:	$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$

Ces propriétés, particulièrement les trois premières expriment ceci de remarquable qu'une équation différentielle linéaire (à coefficients constants) se transforme, dans l'espace de Laplace, en équation algébrique. C'est pourquoi cette transformée de Laplace est un outil important pour les ingénieurs.



3.4. Fonction de transfert complexe

Nous avons déjà vu, en analyse harmonique, que le système peut être représenté par un nombre complexe, dont la phase représente le déphasage induit par le circuit, et le module le rapport des amplitudes d'entrée et de sortie. La variable, en analyse harmonique, est le nombre imaginaire $j \cdot \omega$.

Avec la transformée de Laplace, on pose $p = \alpha + j \cdot \omega$ comme variable complexe, généralisant celle du régime harmonique (L'introduction de la composante réelle α permet l'approche des régimes transitoires). On obtient, pour les impédances résistives, capacitives et inductives:

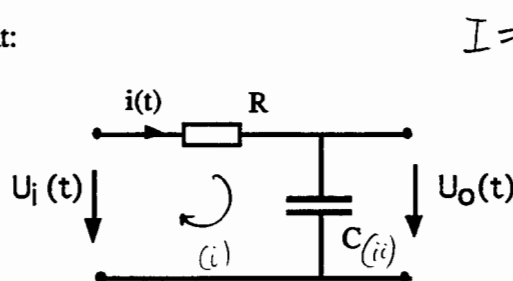
$$Z_R = R \quad ; \quad Z_C = \frac{1}{p \cdot C} \quad ; \quad Z_L = p \cdot L$$

Ces relations pour les impédances expriment que la résistance a une caractéristique statique, que la capacité "intègre" le courant, que l'inductance "dérive" le courant.

En traitant un circuit à l'aide de cet outil, les signaux d'entrée et de sortie se transforment en fonctions complexes et le rapport de ces deux fonctions est encore complexe dans le cas général: c'est la fonction de transfert du circuit.

3.5. Exemple: Circuit RC passe-bas

Soit le circuit RC suivant:



$$(i) \quad U_i = R \cdot I(t) + \frac{1}{C} \int_0^t I(s) ds$$

$$(ii) \quad U_o = \frac{1}{C} \int_0^t I(s) ds$$

Ses équations temporelles sont données par:

$$i(0) = 0$$

loi de Kirchhoff sur
les mailles +
éléments passifs

$$\begin{cases} R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(s) \cdot ds = U_i(t) \\ \frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(s) \cdot ds = U_o(t) \end{cases}$$

Avec Laplace, $\int \rightarrow \frac{1}{p} I(p)$, ainsi

$$(i) U_i = R \cdot I(p) + \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{p} I(p)$$

$$(ii) U_o = \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{p} \cdot I(p)$$

La fct. de transfert est:

$$G = \frac{U_o}{U_i} = \frac{I(p)}{C \cdot P \cdot \left[R \cdot I(p) + \frac{1}{C \cdot P} \cdot I(p) \right]} = \frac{I(p)}{I(p) + R \cdot C \cdot P \cdot I(p)}$$

$$G = \frac{1}{1 + R \cdot C \cdot P}, \quad p = \alpha + j \cdot \omega$$

Après transformation de Laplace, on obtient:

$$\begin{cases} R \cdot I(p) + \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{p} \cdot I(p) = U_i(p) \\ \frac{1}{C} \cdot \frac{1}{p} \cdot I(p) = U_o(p) \end{cases}$$

A partir de là, on peut trouver U_o avec la place encore une fois (c.f. ex. 46)

$$\text{On trouve: } U_o = U_i \cdot \frac{Z_c}{R + Z_c}$$

Soit pour la fonction de transfert complexe :

$$G(p) = \frac{U_o(p)}{U_i(p)} = \frac{1}{1 + RC \cdot p} \quad \begin{matrix} = \frac{1}{1 + \alpha \cdot RC + j \cdot \omega \cdot RC} \\ p = \alpha + j \cdot \omega \Rightarrow \underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j \cdot \omega \cdot RC} \end{matrix}$$

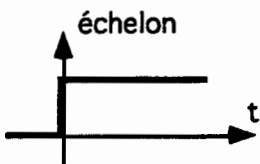
Nous avons exprimé la fonction de transfert en régime harmonique de la sorte:

$$\underline{G}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \cdot RC}$$

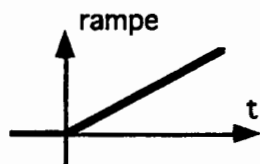
Sur cet exemple, nous voyons bien que l'utilisation des nombres complexes en régime harmonique représente bel et bien un cas particulier de l'utilisation de la transformée de Laplace, où la variable p est réduite à son terme imaginaire:

$$p = \alpha + j \cdot \omega \quad \text{avec } \alpha = 0.$$

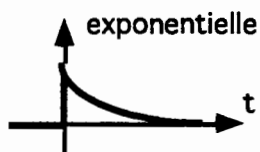
3.6. Transformées de Laplace de quelques signaux



$$f(t) = a \quad \rightarrow \quad F(p) = \frac{a}{p}$$



$$f(t) = a \cdot t \quad \rightarrow \quad F(p) = \frac{a}{p^2}$$



$$f(t) = e^{-at} \quad \rightarrow \quad F(p) = \frac{1}{p+a}$$

3.7. Tables de quelques transformées

$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$
$\frac{A}{p}$	A	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega \cdot t)$
$\frac{1}{p+a}$	e^{-at}	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$	$ch(\omega \cdot t)$
$\frac{1}{(p+a)^2}$	$t \cdot e^{-at}$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cdot \sin(\omega \cdot t)$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega \cdot t)$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 - \omega^2}$	$e^{-at} \cdot sh(\omega \cdot t)$
$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$	$sh(\omega \cdot t)$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cdot \cos(\omega \cdot t)$
$\frac{p+a}{(p+a)^2 - \omega^2}$	$e^{-at} \cdot ch(\omega \cdot t)$		

EXO 4.3: EXEMPLE: CIRCUIT RC PASSE-BAS

EXO 4.4: RÉPONSE INDICIELLE

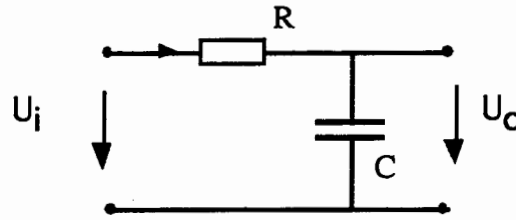
EXO 4.5: RÉPONSE À SIGNAL CARRÉ

EXO 4.6: RÉPONSE HARMONIQUE ET INDICIELLE

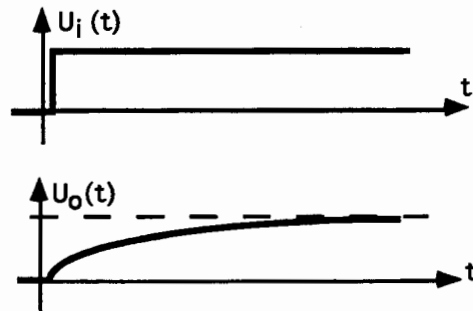
4. EXERCICES

4.1. Temps d'établissement du premier ordre

Soit la cellule RC passe-bas :



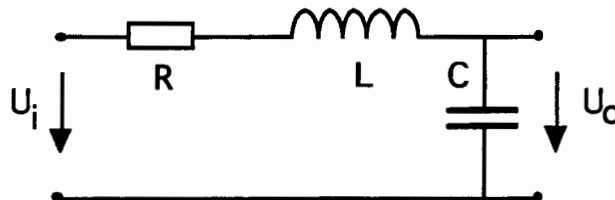
Représentation graphique de la réponse indicielle:



Question : temps d'établissement d'un signal. Si on définit le temps d'établissement d'un signal à 90% de sa valeur permanente statique, quel est celui d'un système du premier ordre soumis à une excitation indicielle ?

4.2. Circuit du second ordre

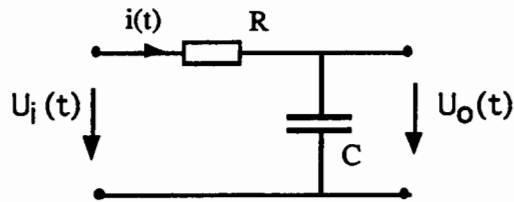
Un des modèles d'une ligne de transmission peut être représenté de la manière suivante:



- Recherchez la réponse de ce système à un échelon unité.
- Indiquez les termes transitoire, permanent, libre, forcé en les représentant deux à deux.
- Quelle est l'impédance de la ligne ?
- Si on désirait effectuer une analyse harmonique expérimentale, combien de temps devrait-on attendre le régime établi ?

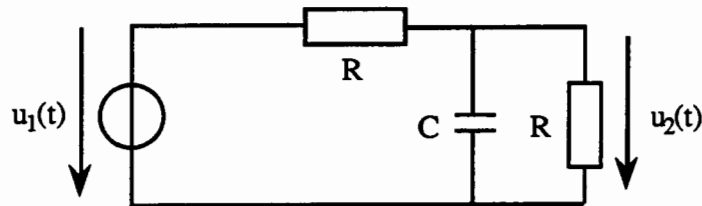
4.3. Exemple: Circuit RC passe-bas

Soit le circuit RC traité plus haut:



A l'aide des tables de transformation de Laplace, recherchez et vérifiez la réponse indicielle de ce circuit RC.

4.4. Réponse indicielle

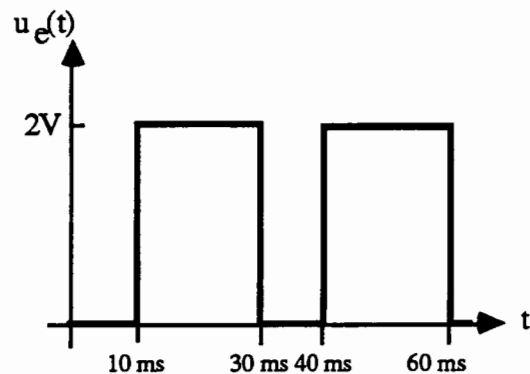
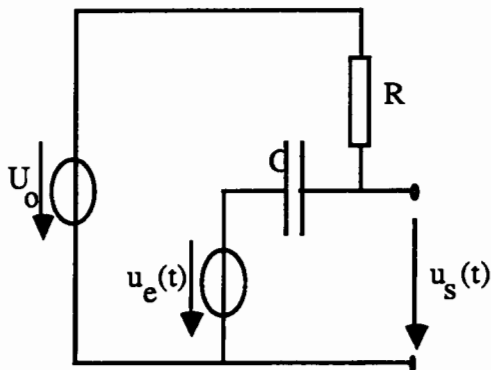


$$R = 15 \text{ K}\Omega \quad C = 2.7 \text{ }\mu\text{F}$$

- Établir l'équation différentielle permettant de calculer $u_2(t)$ connaissant $u_1(t)$
- En prenant $u_1(t) = 5\text{V}$ dès l'instant $t = 0$, calculer et tracer $u_2(t)$ en supposant aucune charge sur la capacité au temps $t = 0$.

4.5. Réponse à signal carré

Utiliser le principe de superposition pour calculer et représenter $u_s(t)$. La tension $u_e(t)$ est de forme carrée, et sera considérée comme une série de sauts indiciaires alternativement positifs puis négatifs pour les calculs.

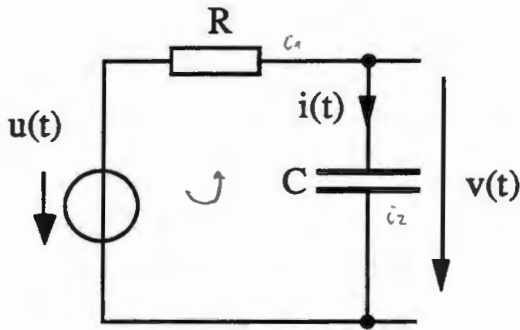


4.6. Réponse harmonique et indicelle

Pour les deux circuits ci-dessous

- établir la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{U(j\omega)}$
- tracer le diagramme de Bode (asymptotes uniquement) en amplitude et en phase.
- calculer et représenter le courant $i(t)$ et la tension $v(t)$ en présence d'un saut de tension $u(t)$ ($u(t < 0) = 0$ et $u(t > 0) = U_1$) en supposant que les capacités sont totalement déchargées en $t = 0$.

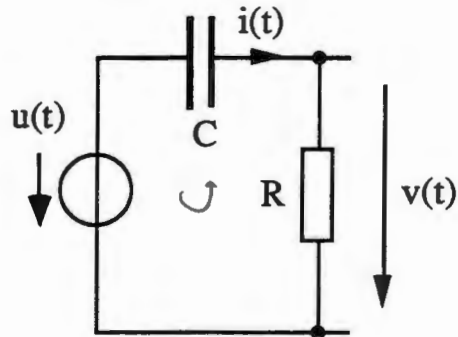
a) kirchoff \Rightarrow eqn



$$R \cdot i_1 + i_2 \cdot Z_C = U_{in}$$

On a: $H(j\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}}$

b)



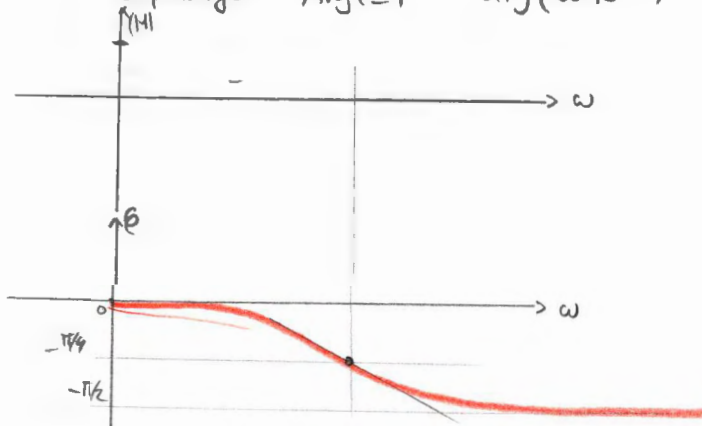
a) Circuit R-C $\Rightarrow U_2 = \frac{R}{Z+R} \cdot U_{in}$, $Z_C = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C}$

ainsi:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{R}{Z+R} \cdot U_{in}}{U_{in}} = \frac{R}{Z+R} = \frac{R}{R - j \cdot \frac{1}{\omega C}} = \frac{1}{1 - j \cdot \frac{1}{\omega R \cdot C}}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{|1 - j \frac{1}{\omega R C}|} = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

déphasage: $\text{Arg}(H) = -\text{atg}(\omega R \cdot C)$



b) Circuit C-R :

Leçon VI: INTRODUCTION À L'ANALYSE DE FOURIER

Dans cette leçon, on présente avec le minimum de formalisme mathématique les séries de Fourier complexes et réelles. On se reportera pour ce formalisme, au cours d'analyse de deuxième année. Les termes de ces séries sont des fonctions sinusoïdales et cosinusoidales. A nouveau on aperçoit l'importance de l'analyse harmonique des systèmes linéaires, puisque l'existence de ces décompositions est garantie pour tout signal périodique.

La transformation de Fourier a déjà été signalée comme un cas particulier mathématique de la transformation de Laplace. Elle est très employée dans toutes les branches techniques avec des implications vastes et diverses: des relations d'incertitudes en physique aux espaces réciproques en cristallographie, en passant bien sûr par l'électricité. Pour cette seconde partie du chapitre, nous nous bornons à la définition de la transformation de Fourier où l'on aborde la notion de spectre d'un signal. Pour plus vaste information, nous conseillons au lecteur de se reporter à une introduction au traitement de signal, domaine où cet outil mathématique est indispensable. Voir par exemple: "Théorie et traitement de signaux", [3] .

PLAN DE LA LEÇON VI

1. Les séries de Fourier

- 1.1. Série de Fourier complexe
- 1.2. Spectre fréquentiel
- 1.3. Exemple: décomposition d'un train d'impulsions
- 1.4. Séries de Fourier réelles
- 1.5. Taux de distorsion harmonique

2. La transformation de Fourier

- 2.1. Transformation de Fourier: définition
- 2.2. Spectre d'amplitude et spectre de phase
- 2.3. Exemple
- 2.4. Remarques
- 2.5. Fonction de transfert
- 2.6. Exemple: cellule RC excitée par un échelon unité
- 2.6. Table illustrée, transformées de Fourier
- 2.6. Opérations dans les domaines temporel et fréquentiel

3. Exercices

- 3.1. Spectre unilatéral
- 3.2. Développement de Fourier d'un signal carré
- 3.3. Distorsion anharmonique

1. LES SÉRIES DE FOURIER

Nous avons déjà signalé que la linéarité du système rendait pertinente l'analyse harmonique et ses diagrammes de Bode; ici on voit qu'effectivement, un signal périodique quelconque se décompose en une somme de signaux sinusoïdaux, c'est une propriété remarquable.

1.1. Série de Fourier complexe

La fonction $x: t \rightarrow x(t)$; $t \in \text{réels}$, définie sur l'intervalle $[t_1, t_1 + T]$, peut être exprimée comme une série de fonctions:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X_n \cdot e^{-j2\pi \frac{n}{T} t}$$

L'ensemble des fonctions :

$$\left\{ \psi_n; \psi_n(t) = e^{j\frac{2\pi n}{T} t} = \cos\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) + j \cdot \sin\left(\frac{2\pi n}{T} t\right) \right\}$$

constitue une base de l'espace vectoriel contenant la fonction x , et les coefficients X_n constituent les projections de la fonction x sur cette base.

On utilise le produit scalaire usuel et on obtient, pour le calcul de ces coefficients :

$$X_n = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \cdot e^{-j2\pi \frac{n}{T} t}$$

1.2. Spectre fréquentiel

Les différentes fréquences de la décomposition en série de Fourier sont données par:

$$f_n = \frac{n}{T} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Le spectre fréquentiel est donné par le graphe:

$$\{(f, X_n)\}$$

soit physiquement: les amplitudes associées aux différentes fréquences.

Ce spectre fréquentiel est donc une manière de représenter un signal périodique, et cela reste valable dans le cas général d'un signal non périodique (d'énergie finie), ce que nous verrons avec la transformée de Fourier.

Le spectre fréquentiel est ici discret, il contient:

le niveau continu: valeur moyenne du signal

la composante fondamentale, de la fréquence du signal

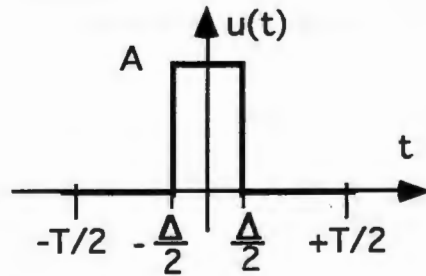
les harmoniques, de fréquences multiples de celle de la fondamentale

les fréquences négatives, qui n'ont pas de signification physique directe; on doit mathématiquement leur présence, au développement de la fonction réelle en série complexe. Ces fréquences négatives disparaissent avec l'utilisation de séries de Fourier réelles.

un peu rapide.

1.3. Exemple: décomposition d'un train d'impulsions

L'impulsion suivante est décomposée en série de Fourier complexe, en choisissant une période T :



Tous calculs effectués on obtient pour les coefficients:

$$X_n = \frac{A}{\Pi \cdot n} \cdot \sin\left(\frac{\Pi \cdot n \cdot \Delta}{T}\right)$$

En prenant comme variable la fréquence discrète :

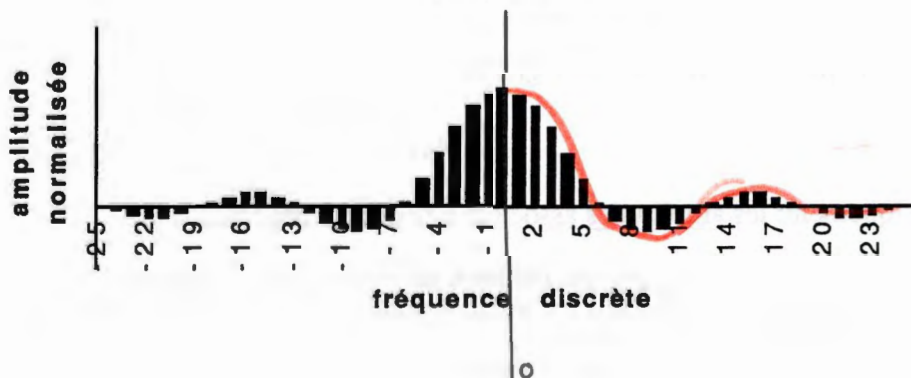
$$f_n = \frac{n}{T} \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

on obtient l'expression suivante:

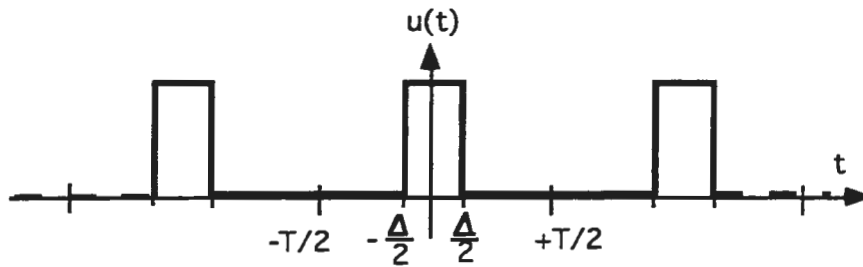
$$X_n(f_n) = \frac{A \cdot \Delta}{T} \cdot \frac{\sin(\Pi \Delta \cdot f_n)}{\Pi \Delta \cdot f_n} \quad \left(\text{enveloppe de la forme } \frac{\sin(x)}{x} \right)$$

On obtient, pour la représentation du spectre de cette impulsion:

Spectre fréquentiel discret de l'impulsion



Il convient de remarquer que si on examine la somme de la série de Fourier sur tout l'axe des temps, on obtient un signal périodique:



Il a donc deux approches possibles: soit on ne s'intéresse qu'à une portion de signal (impulsion sur un intervalle de temps T) et alors la série ne prend de sens que sur cet intervalle, soit on développe sur tout l'axe réel un signal périodique grâce à cette décomposition de Fourier. C'est ce dernier cas qui intéresse en général, car les signaux non périodiques sont traités à l'aide de la transformation de Fourier qui génère un spectre continu (voir plus loin).

1.4. Séries de Fourier réelles

Comme le signal électrique est représenté par une fonction réelle à valeurs réelles, on peut aussi traiter ce cas sans passer par les nombres complexes.

On a le développement suivant, pour les séries de Fourier réelles:

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{T} t\right) + b_n \cdot \sin\left(2\pi \frac{n}{T} t\right) \right)$$

$x(t)$: signal à approximer
par une série de
cos et sin

avec, pour les coefficients:

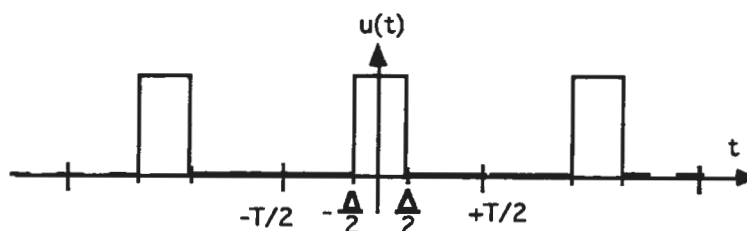
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \cdot dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \cdot \cos\left(2\pi \frac{n}{T} t\right) \cdot dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \cdot \sin\left(2\pi \frac{n}{T} t\right) \cdot dt$$

Les signaux impairs se développent en série de sinus, et les signaux pairs en série de cosinus, ce qui simplifie d'autant les calculs. Le spectre obtenu est unilatéral, d'où l'appellation de séries de Fourier unilatérales.

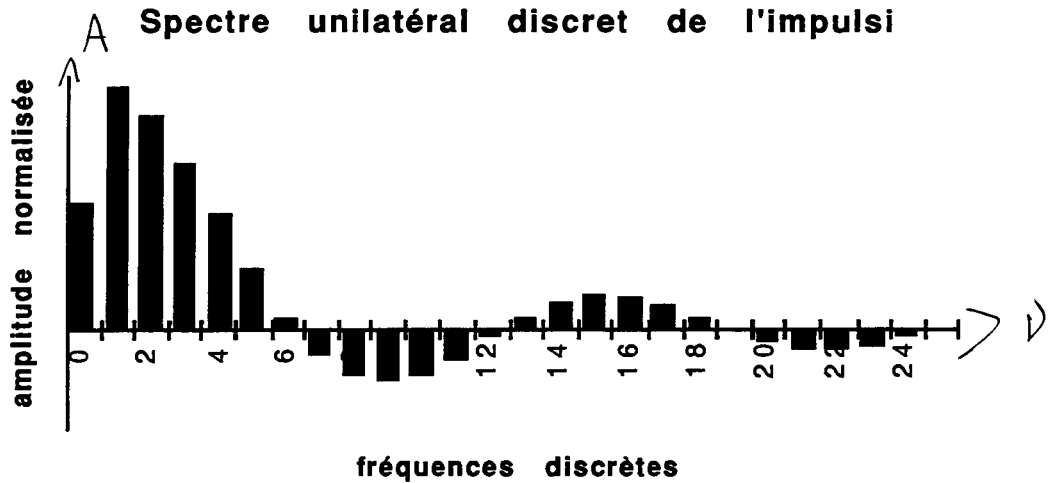
Dans l'exemple précédant du train d'impulsions rectangulaires:



on obtient, comme développement de Fourier unilatéral:

$$x(t) = \frac{A \cdot \Delta}{T} + 2 \frac{A \cdot \Delta}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\Pi \Delta \cdot \frac{n}{T}\right)}{\Pi \Delta \cdot \frac{n}{T}}$$

Et pour la représentation graphique du spectre discret (unilatéral):



Remarquons que le spectre unilatéral n'est pas la version tronquée du spectre bilatéral: les harmoniques ont le double d'amplitude par rapport à ce dernier. Il faut voir que le spectre bilatéral d'un signal sinusoïdal est donné par les deux fréquences: la positive et la négative, et leur amplitude est la moitié de celle de la fréquence du spectre unilatéral.

EXO 3.1: SPECTRE UNILATÉRAL

EXO 3.2 : DÉVELOPPEMENT DE FOURIER D'UN SIGNAL CARRÉ

1.5. Taux de distorsion harmonique

On peut vouloir qualifier la linéarité de la caractéristique statique d'un quadripôle. Si cette caractéristique est linéaire, le système répond à une sinusoïde par une sinusoïde, sinon il introduit une distorsion et le signal de sortie n'est plus sinusoïdal, mais a acquis des harmoniques. Le taux de distorsion harmonique est défini ainsi:

Pour un signal sinusoïdal de fréquence f_0 , le système non-linéaire a créé des harmoniques de fréquences:

$$k \cdot f_0 \quad k=1,2,\dots$$

Définition du taux global de distorsion harmonique:

$$d = \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{\infty} |X_k|^2}{\sum_{k=1}^{\infty} |X_k|^2}} = 1 - \frac{|X_1|^2}{\sum_{k=1}^{\infty} |X_k|^2} \leq 1$$

Pour plus de détails: "Théorie et traitement de signal", [3] page 261.

EXO 3.3 : DISTORSION ANHARMONIQUE

2. LA TRANSFORMATION DE FOURIER

En électronique et en traitement de signal, les signaux ne sont pas tous périodiques, cela représente même l'exception. Le développement en séries de Fourier ne représente donc pas forcément l'outil d'analyse privilégié, puisqu'il est nécessaire pour cela d'avoir des signaux périodiques.

2.1. Transformation de Fourier: définition

La transformation de Fourier peut être vue mathématiquement comme un cas particulier de celle de Laplace, en posant $p = j2\pi f$ pour la variable fréquentielle. On définit :

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j2\pi f t} \cdot dt$$

La fonction $X: f \rightarrow X(f)$ est la transformée de Fourier de la fonction $x: t \rightarrow x(t)$. En traitement de signal, on utilise plus volontiers la variable fréquence $f [Hz]$ que la pulsation $\omega = 2\pi f$ [rad / s], habituellement utilisée en transformée de Fourier.

2.2. Spectre d'amplitude et spectre de phase

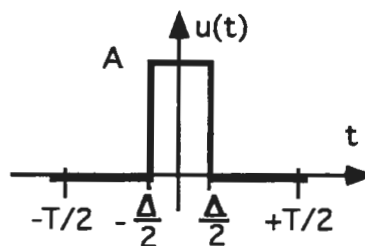
Dans le cas général, la transformée de Fourier d'une fonction produit une fonction à valeurs complexes. $X(f) \in \text{complexes}$. Ainsi, on peut obtenir deux informations de la fonction transformée de Fourier:

Le spectre d'amplitude : $\{(f, |X(f)|)\}$

Le spectre de phase: $\{(f, \arg(X(f)))\}$

2.3. Exemple:

On reprend l'impulsion précédente avec la transformée de Fourier:



Équation de l'impulsion:

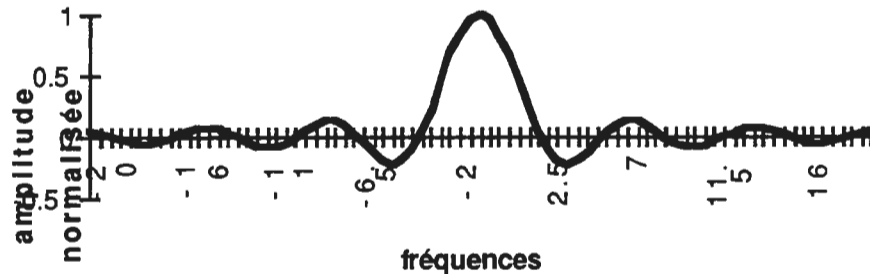
$$x(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{\Delta}\right)$$

Tous calculs faits, on obtient pour sa transformée de Fourier :

$$X(f) = A\Delta \frac{\sin(\Pi\Delta \cdot f)}{\Pi\Delta \cdot f} + j \cdot 0$$

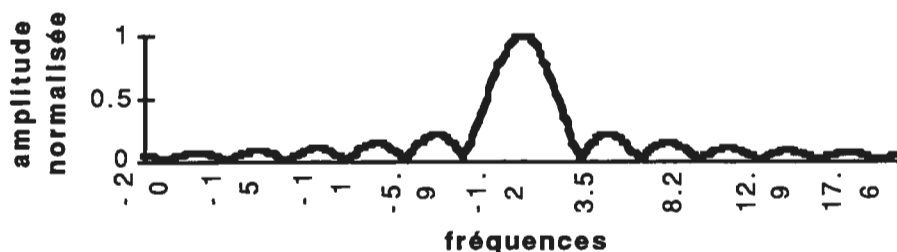
On constate que dans ce cas, $X(f)$ est une fonction réelle. On peut la représenter graphiquement:

Transformée de Fourier de l'impulsion



Comme $X(f)$ est réel, son spectre de phase est nul, et son spectre d'amplitude a l'allure suivante:

Spectre (continu) d'amplitude de l'impulsion



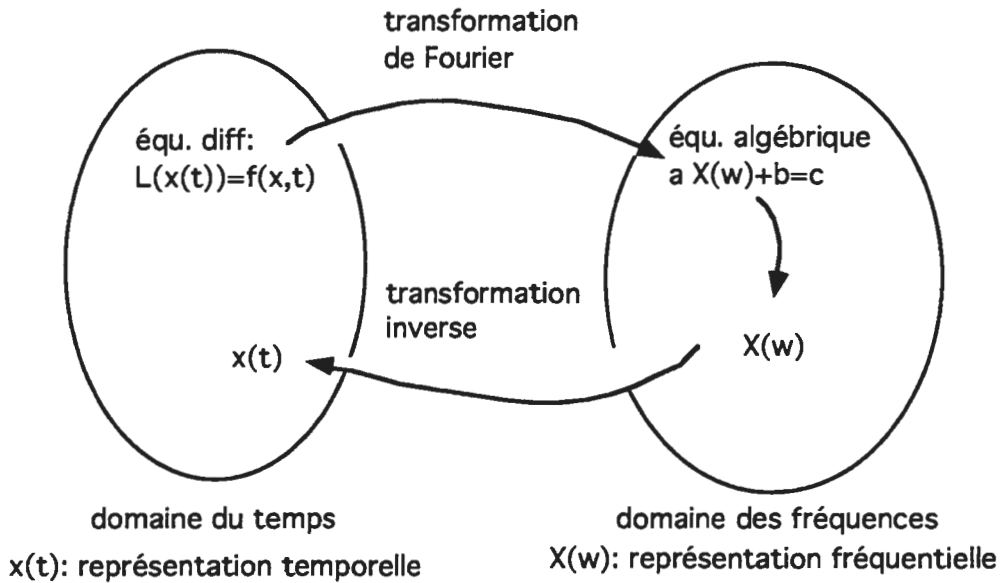
2.4. Remarques

Comme pour le développement en séries de Fourier, on assiste à l'apparition de fréquences négatives, qui ne s'interprètent pas directement, mais qui sont néanmoins porteuses d'énergie.

La transformée de Fourier ici correspond à l'enveloppe du spectre discret du développement de Fourier. Dans cette transformation de Fourier, toutes les fréquences sont mises à contribution pour la représentation fréquentielle du signal temporel: le spectre est continu.

Contrairement au développement en séries de Fourier qui génère une fonction périodique sur tout l'axe réel quelles que soient les valeurs prises par cette fonction en dehors de la période considérée, la transformation de Fourier est appliquée à la fonction agissant sur tout l'axe réel. Il est ainsi créé ainsi une correspondance entre l'espace temporel où le signal évolue, et l'espace fréquentiel un peu plus abstrait. Les électriciens appellent cela la dualité temps-fréquence. Les cristallographes parlent d'espace direct et d'espace réciproque, etc....

Comme déjà évoqué précédemment, l'utilité de cette transformation est d'obtenir une autre représentation d'un signal. Cette représentation fréquentielle est essentielle en traitement de signal. Voir à ce sujet "Théorie et traitement des signaux", [3]. La situation est analogue à celle prévalant pour la transformation de Laplace, mais ici l'espace donné par la transformation de Fourier est bien repéré: c'est un espace de fréquences:



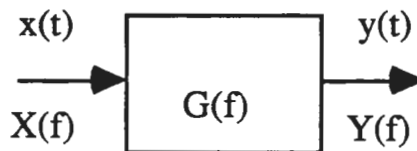
2.5. Fonction de transfert

$$p = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$$

Ici nous présentons un exemple, où l'on emploie la transformée de Fourier, pour résoudre une équation différentielle, comme nous l'avons fait avec la transformation de Laplace. Ce n'est pas l'utilité principale de cet outil, mais cela permet de faire une remarque concernant les fonctions de transfert.

Si on réduit la transformation de Laplace à celle de Fourier, on prend comme variable: $p = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$. Ainsi, la fonction de transfert de Laplace se transforme en celle de Fourier avec cette substitution. Et cette fonction de transfert de Fourier n'est rien d'autre que celle obtenue avec les nombres complexes et qui correspond en fait à la fonction de transfert en régime harmonique (voir 4.3.5, 10.3.5 et 9.2).

Schéma-bloc du système:



Dans l'espace temporel, on a:

$$L(x(t)) = y(t)$$

L : opérateur linéaire

$x(t)$: réponse du système

$y(t)$: excitation du système

Dans l'espace fréquentiel, on obtient:

$$Y(f) = G(f) \cdot X(f)$$

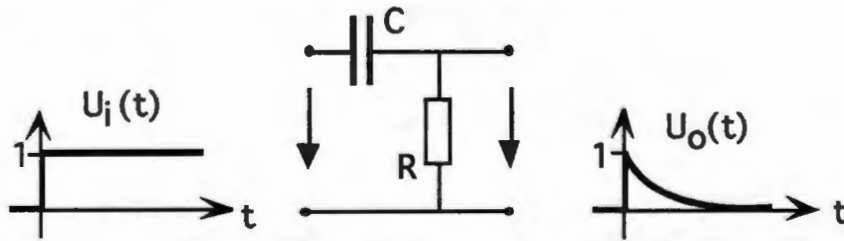
$X(f)$: (transformée de Fourier de l') excitation

$Y(f)$: (transformée de Fourier de la) réponse

$G(f)$: fonction de transfert

2.6. Exemple: cellule RC excitée par un échelon unité

Soit une cellule RC, à laquelle on applique un échelon unité:



Par le diviseur de tension dans le domaine des p, on obtient la fonction de transfert de Laplace :

$$G(p) = \frac{RCp}{RCp + 1}$$

$p = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$

Fonction de transfert de Fourier:

$$G(f) = \frac{RCj2\pi \cdot f}{RCj2\pi \cdot f + 1}$$

- substitution

Signal d'entrée:

$$U_{in}(f) = \frac{1}{j2\pi f} = \frac{1}{p}$$

Signal de sortie:

$$U_o(f) = G(f) \cdot U_i(f) = \frac{1}{j2\pi f + 1/RC}$$

$$G = \frac{U_o}{U_i} \Rightarrow U_o = G \cdot U_i$$

$$\Rightarrow U_o = \frac{RCj \cdot 2\pi \cdot f}{RC \cdot j \cdot 2\pi \cdot f + 1} \cdot \frac{1}{j \cdot 2\pi \cdot f}$$

$$= \frac{RC}{RC \cdot j \cdot 2\pi \cdot f + 1}$$

Transformée inverse du signal de sortie:
(voir plus loin, les tables illustrées des transformations de Fourier)

FOURIER + LAPLACE: idem, sauf:
 $p = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$

- démarche:
- $G = \frac{U_o}{U_i}$
- $\Rightarrow U_o = G \cdot U_i$
- $\Rightarrow U_o(p \text{ ou } f)$
- \Rightarrow transformation inverse
- \Rightarrow on obtient $U_o(t)$.

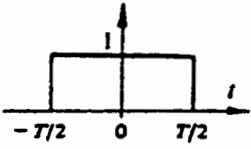
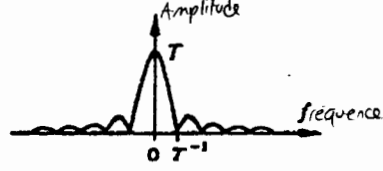
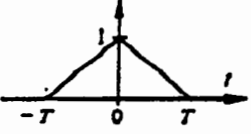
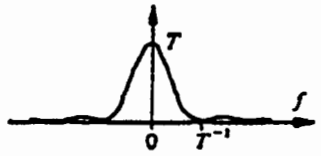
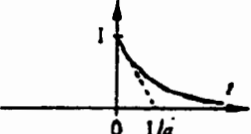
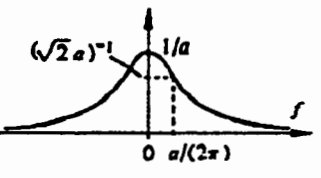
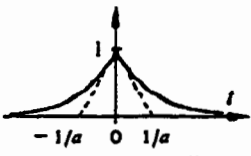
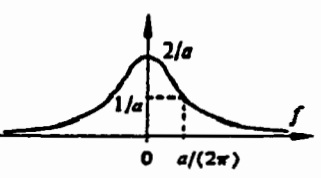
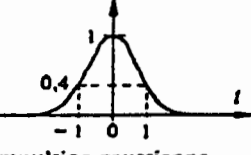
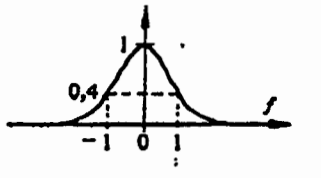
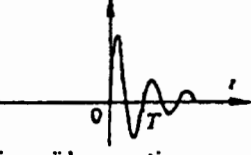
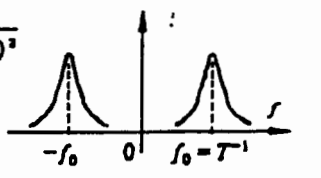

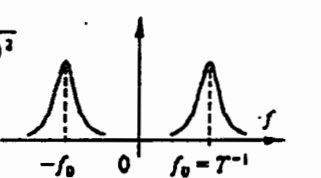
$$U_o(t) = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$U_o(f) = \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f + 1/RC} = \begin{cases} \text{LAPLACE:} \\ \frac{1}{p + 1/RC} \Rightarrow u_o(t) = e^{-at} = e^{-\frac{t}{RC}} \\ \text{FOURIER:} \\ \frac{1}{j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f + a} \Rightarrow u_o(t) = e^{-at} = e^{-\frac{t}{RC}} \end{cases}$$

(équivalent)

2.6. Table illustrée, transformées de Fourier (1/3)


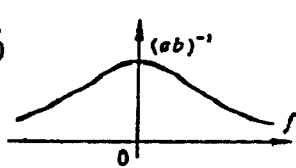

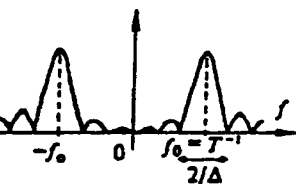


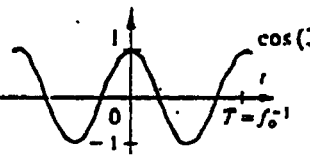
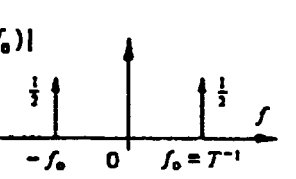
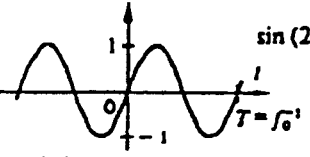
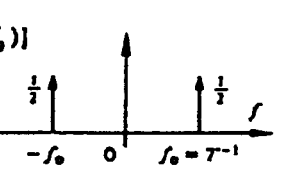
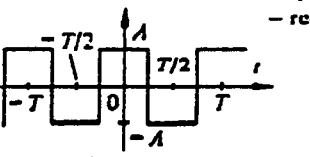
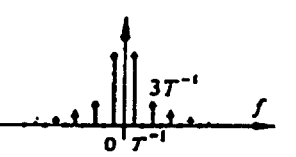
EQUIVALENT à LAPLACE sauf qu'on a écrit que $p = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$

$x(t)$	$X(f)$	$ X(f) $
 <p>impulsion rectangulaire</p>	$\text{rect}(t/T)$ $T \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T}$ $= T \text{sinc}(fT)$	
 <p>impulsion triangulaire</p>	$\text{tri}(t/T)$ $= T \text{sinc}^2(fT)$	
 <p>impulsion exponentielle</p>	$e^{-at}e(t)$ $\frac{1}{a + j2\pi f}$	
 <p>double exponentielle</p>	$e^{-a t }$ $\frac{2a}{a^2 + (2\pi f)^2}$	
 <p>impulsion gaussienne</p>	$ig(t) = e^{-\pi t^2}$ $ig(f) = e^{-\pi f^2}$	
 <p>sinusoïde amortie</p>	$e^{-at} \sin(2\pi f_0 t) e(t)$ $\frac{2\pi f_0}{(a + j2\pi f)^2 + (2\pi f_0)^2}$	
 <p>cosinusoïde amortie</p>	$e^{-at} \cos(2\pi f_0 t) e(t)$ $\frac{a + j2\pi f}{(a + j2\pi f)^2 + (2\pi f_0)^2}$	

(continue)

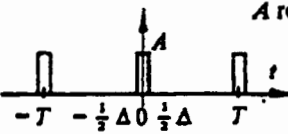
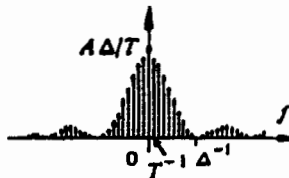
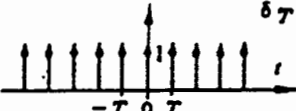
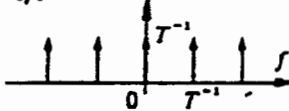
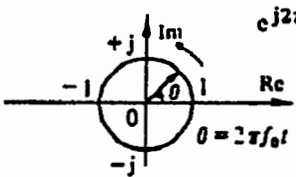
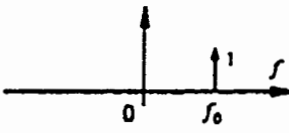

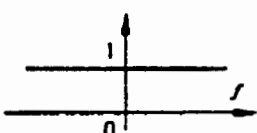
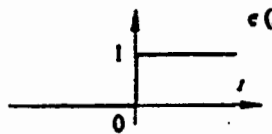
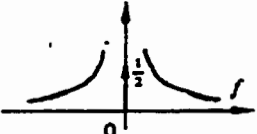
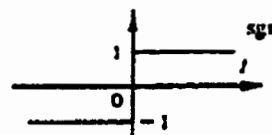

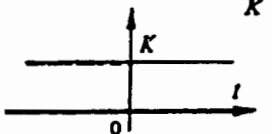
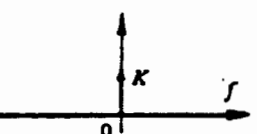
transformation qui donne $u(t)$
 IDEM à la page 102, 101

Table illustrée de transformées de Fourier (2/3)

$x(t)$	$X(f)$	$ X(f) $
	$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt}) \epsilon(t)$	$\frac{1}{(a+j2\pi f)(b+j2\pi f)}$ 
 <p>impulsion cosinusoidale</p>	$\cos(2\pi f_0 t) \cdot \text{rect}(t/\Delta)$ $\frac{\Delta}{2} \{ \text{sinc}[\Delta(f+f_0)] + \text{sinc}[\Delta(f-f_0)] \}$	
 <p>signal périodique</p>	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{-j2\pi \frac{nf}{T}}$ $\sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n \delta(f - \frac{n}{T})$	
 <p>signal cosinusoidal</p>	$\cos(2\pi f_0 t)$ $\frac{1}{2} [\delta(f+f_0) + \delta(f-f_0)]$	
 <p>signal sinusoidal</p>	$\sin(2\pi f_0 t)$ $\frac{j}{2} [\delta(f+f_0) - \delta(f-f_0)]$	
 <p>onde carrée</p>	$A \text{ rep}_T [2 \text{rect}(2t/T) - \text{rect}(t/T)]$ $\sum_n X_n \delta(f - n/T)$ <p>avec</p> $X_n = A \text{sinc}(n/2)$ $= \begin{cases} \left \frac{2A}{\pi n} \right & \text{pour } n = \pm 1, \pm 5, \dots \\ -\left \frac{2A}{\pi n} \right & \text{pour } n = \pm 3, \pm 7, \dots \end{cases}$ <p>$X_n = 0$ pour n nul ou pair</p>	

(continue)

Table illustrée de transformées de Fourier (3/3)

$x(t)$	$X(f)$	$ X(f) $
 <p>$A \text{ rep } T[\text{rect}(t/\Delta)]$</p> <p>suite d'impulsions rectangulaires</p>	$\sum_n X_n \delta(f - n/T) \text{ avec}$ $X_n = \frac{A\Delta}{T} \text{sinc}(n\Delta/T)$	
 <p>$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$</p> <p>peigne de Dirac</p>	$\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) = \frac{1}{T} \delta_{1/T}(f)$	
 <p>$e^{j2\pi f_0 t}$</p> <p>$\theta = 2\pi f_0 t$</p>	$\delta(f - f_0)$	
 <p>$\delta(t)$</p> <p>impulsion unité (Dirac)</p>	1	
 <p>$\epsilon(t)$</p> <p>saut unité</p>	$\frac{1}{2} \delta(f) + \frac{1}{j2\pi f}$	
 <p>$\text{sgn}(t) = \frac{t}{ t }$</p> <p>fonction signe</p>	$\frac{1}{j\pi f}$	
 <p>K</p> <p>constante</p>	$K\delta(f)$	

2.6. Opérations dans les domaines temporel et fréquentiel

Domaine temporel

Domaine fréquentiel

opérations linéaires:

$$x^*(t) \text{ (complexe conjugué)}$$

$$X^*(-f)$$

$$x(-t)$$

$$X^*(f)$$

$$x(at)$$

$$\frac{1}{|a|} X\left(\frac{f}{a}\right)$$

$$ax_1(t) + bx_2(t)$$

$$aX_1(f) + bX_2(f)$$

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n}$$

$$(j2\pi f)^n \cdot X(f)$$

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

$$\frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{1}{2} X(0) \cdot \delta(f)$$

translations:

$$x(t - t_0)$$

$$X(f) \cdot e^{-j2\pi f t_0}$$

$$x(t) \cdot e^{j2\pi f_0 t}$$

$$X(f - f_0)$$

opérations non-linéaires:

$$x(t) \cdot y(t)$$

$$X(f) * Y(f)$$

$$x(t) * y(t)$$

$$X(f) \cdot Y(f)$$

$$\left(* : \text{opérateur de convolution} : x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t - \tau) d\tau \right)$$

Remarque distorsion -- construction amplificateur: joue le rôle de filtre (pass-bas au haut) : fréquence de coupure de l'amplificateur
 - simulation \neq observation sur oscilloscope
 - distorsion de phase: normalement on devrait rester à une distorsion de $\pi/2$
 - Fourier: - analyse fréquentielle.

signal.
si ν très grand \rightarrow

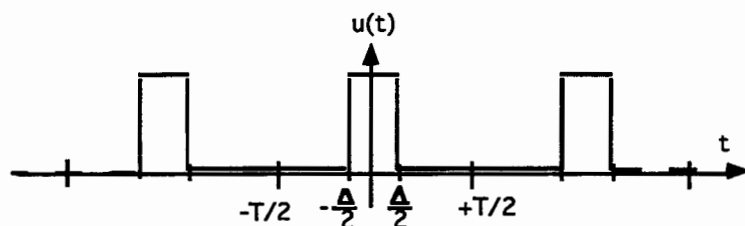
sortie:

solution: ajouter un filtre pour minimiser les oscillations

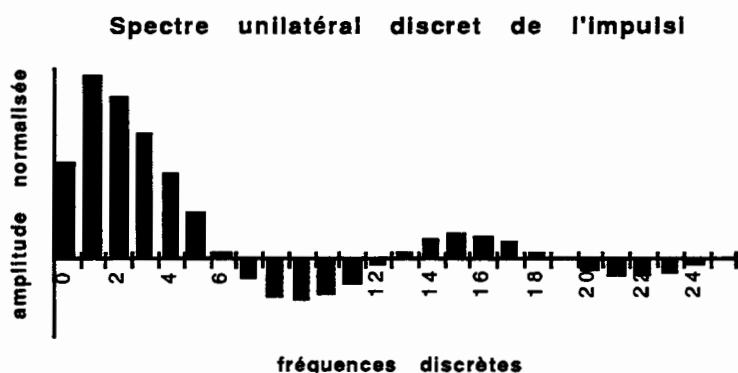
3. EXERCICES

3.1. Spectre unilatéral

Dans l'exemple du train d'impulsions rectangulaires:



on obtient la représentation graphique du spectre discret (unilatéral):



Nous avons remarqué que le spectre unilatéral n'est pas la version tronquée du spectre bilatéral: les harmoniques ont le double d'amplitude par rapport à ce dernier. Il faut voir que le spectre bilatéral d'un signal sinusoïdal est donné par les deux fréquences: la positive et la négative, et leur amplitude est la moitié de celle de la fréquence du spectre unilatéral.

Interprétez l'objet de la remarque précédente en termes énergétiques.

3.2. Développement de Fourier d'un signal carré

Calculez le développement de Fourier d'un signal périodique carré.

Représentez son spectre fréquentiel et voyez les contributions des premières harmoniques.

3.3. Distorsion anharmonique

Un signal sinusoïdal est appliqué à l'entrée d'un système à caractéristique statique cubique :

$$U_{out} = 2 \cdot U_{in} - \frac{2}{15} (U_{in})^3$$

Représentez la caractéristique statique du système non-linéaire.

Calculez, représentez le signal de sortie pour des amplitudes de 1V, 2V, 3V. Concluez.

Comment calculer le taux de distorsion harmonique correspondant ?

Leçon VII: AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS, MONTAGES LINÉAIRES

Cette leçon commence par remarques concernant les approches systémiques en ingénierie électrique. D'abord, on rappelle l'importance des calculs de précision des systèmes, qui sont souvent déterminants du bon fonctionnement des dispositifs, pour lesquels les cahiers des charges spécifient implicitement ou explicitement des précisions.

On introduit ou rappelle aussi la notion de contre-réaction, soit en fait la notion de système asservi. Cette notion est utile pour l'utilisation des amplificateurs opérationnels, traitée plus loin. Par intérêt ou nécessité, le lecteur est invité à s'informer sur les techniques de réglage incontournables en ingénierie et ayant également son approche en physique: la cybernétique.

L'amplificateur différentiel est un élément conceptuel et technique constituant l'étage d'entrée des amplificateur opérationnels. On peut comprendre l'amplificateur opérationnel comme un système asservi, et il est présenté les deux types de contre-réaction utilisées en pratique, avec les exemples.

PLAN DE LA LEÇON VII

métrologie : V.24.

1. Remarques systémiques en électricité

- 1.1. Remarque sur les erreurs en électronique

2. Introduction aux systèmes asservis

- 2.1. Vocabulaire
- 2.2. Régulateur
- 2.3. Gain d'un système bouclé et stable
- 2.4. Cas particulier important: le fort gain de chaîne directe
- 2.5. Schématisation de l'amplificateur opérationnel

3. Amplificateurs différentiels

- 3.1. L'amplificateur différentiel
- 3.2. Tensions et gains des modes commun et différentiel
- 3.3. Amplificateur différentiel à transistors bipolaires

4. Amplificateurs opérationnels

- 4.1. Introduction à l'amplificateur opérationnel
- 4.2. Les deux types de contre-réaction utilisées
- 4.3. Les caractéristiques réelles des AOP
- 4.4. Montages linéaires en réaction négative

5. Exercices

- 5.1. Calcul d'imprécision
- 5.2. Calcul d'imprécision
- 5.3. Vérification de la relation de gain
- 5.4. Calcul de précision
- 5.5. Montage à ampli différentiel
- 5.6. Recherche dans fiche technique
- 5.7. Utilité du suiveur de tension
- 5.8. Retour aux sources
- 5.9. Problèmes d'offset avec l'intégrateur
- 5.10. Compensation d'offset
- 5.11. Travail de vérification des gains

1. REMARQUES SYSTÉMIQUES EN ÉLECTRICITÉ

1.1. Remarque sur les erreurs en électronique

Nous avons déjà évoqué précédemment la causalité implicite au modèle électrotechnique, causalité qui est une transposition directe de celle existant entre le champ électrique et la force électrostatique que subit la charge électrique. Il convient néanmoins de remarquer, et c'est ici que se situe notre propos, que causalité ne signifie pas nécessairement déterminisme. En effet, une chaîne de mesure en électronique introduit toujours non seulement des erreurs dues aux imprécisions fixes des éléments, mais aussi des erreurs de nature aléatoire, qui relèvent pour leur traitement, du calcul statistique. Le lecteur trouvera des informations et une théorie de la mesure dans des ouvrages tels que "Systèmes de mesure", [15]. Nous présentons ici quelques exemples de sources d'erreurs ou d'imprécision d'une chaîne électronique.

1.1.1. Source d'imprécision: la tolérances des éléments

Une chaîne de mesure voit sa précision globale influencée par la qualité de ses éléments. Par exemple les résistances normalisées courantes sont spécifiées dans des tolérances de 10 %, 5 % ou 1%.

EXO 5.1: CALCUL D'IMPRÉCISION

EXO 5.2: CALCUL D'IMPRÉCISION

1.1.2. Autres sources d'erreurs fixes

Il y a aussi les non-linéarités qu'on néglige souvent dans les modèles, comme par exemple la non-linéarité intégrale du convertisseur analogique / numérique (voir la leçon consacrée aux convertisseurs analogique-numérique).

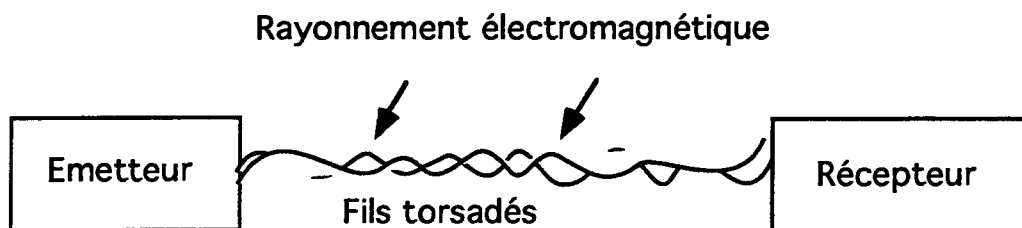
Il y a aussi les variations de caractéristiques des éléments avec la température, qui produisent de la non-autonomie du système.

1.1.3. Erreurs de nature aléatoire

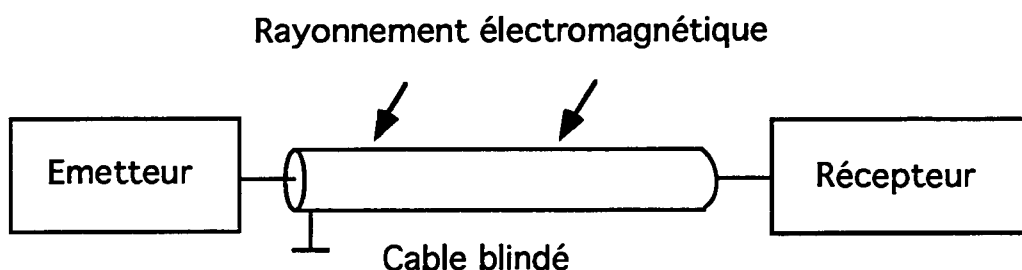
Nous ne pouvons aborder ce domaine. Notons simplement que les sources aléatoires peuvent être internes au système de mesure, comme par exemple un semiconducteur qui produit son bruit propre. Ces sources aléatoires de bruit peuvent avoir une provenance externe. En effet, le système subit une influence plus ou moins grande de son environnement, électromagnétique notamment: un circuit est aussi une antenne captant ce qui devient pour lui du bruit. Ce genre de problème d'induction est traité sous le vocable de compatibilité électromagnétique. Plus généralement, l'approche fiabiliste cherche à quantifier, réduire, prévoir l'apparition d'erreurs dans un système technique.

1.1.4. Problème de bruit: transmission dans une ligne

Lorsque les deux fils sont torsadés, la surface captant le flux d'induction magnétique est tantôt orientée positivement, tantôt négativement, ce qui a pour conséquence que deux boucles subissant le même flux produisent des effets qui se compensent.



Le blindage est également très utilisé: l'énergie électromagnétique est absorbée dans le matériau conducteur, c'est la cage dite de Faraday.



1.1.5. La précision: une partie d'un cahier des charges

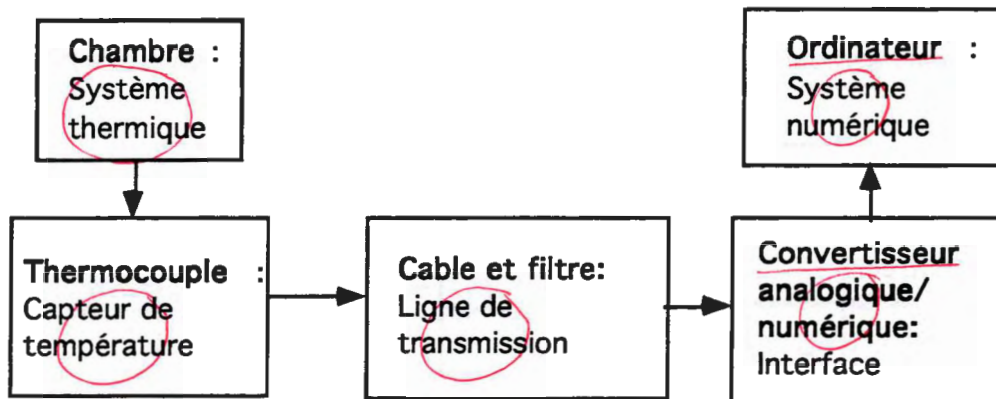
Ce qu'il faut voir, c'est qu'en électronique ce n'est pas tellement une vague conception générale qui prime au développement ou à l'analyse d'un circuit. Il s'agit surtout des problèmes de faisabilité, et les principales lignes de forces sont données en général par les spécifications de précision de la fonction désirée; d'une spécification à l'autre, la conception peut s'en trouver totalement bouleversée.

D'autres paramètres tous plus ou moins entrelacés sont à prendre en considération et influencent aussi fortement une conception : la rapidité, la fiabilité, la durée de vie, l'échauffement, le prix, la quantité de circuits à produire, les disponibilités des composants, les délais de production et de conception. Nous laissons au lecteur le loisir d'imaginer ce que produire une électronique peut vouloir dire, en termes de contraintes mais aussi de capacité d'action et d'innovation !

Dans le cas de l'analyse d'une expérience, il est parfois nécessaire en physique d'estimer la précision d'une chaîne de mesure, ou bien d'inventer un montage pour qualifier cette précision.

1.1.6. Exemple de chaîne de mesure

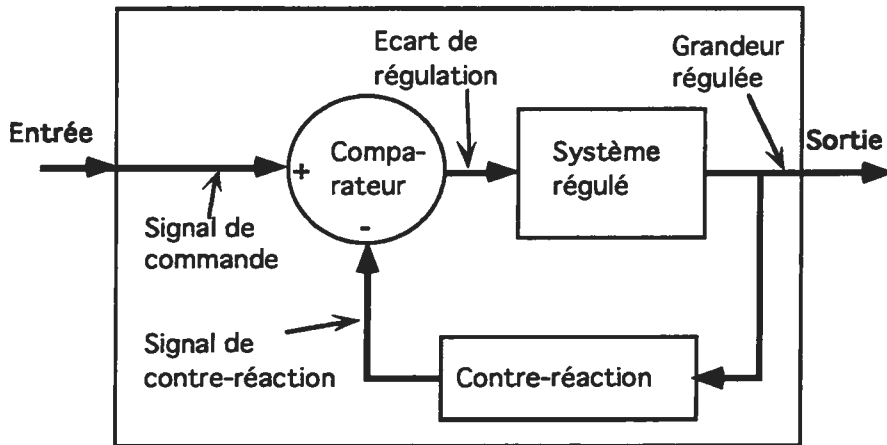
Un capteur à thermocouple est utilisé dans la chaîne de mesure de la température d'une pièce. Sa tension de sortie est transmise, via une ligne, à une interface numérique connectée à un ordinateur.



2. INTRODUCTION AUX SYSTÈMES ASSERVIS

La formalisation suivante nous sert à comprendre les amplificateurs opérationnels: les systèmes contre-réactionnés. Ce point, par ailleurs peut servir d'autre illustration de l'importance d'une chaîne de mesure.

En réglage automatique, on cherche à faire évoluer un système, de sorte à ce que l'une de ses grandeurs se conforme à un signal de commande: il s'agit d'un asservissement technique.



2.1. Vocabulaire

L'entrée du système est alimentée par un signal de commande. Ce signal est comparé avec le signal de contre-réaction, mesure de la grandeur physique que l'on cherche à asservir (grandeur régulée). Le résultat de cette comparaison produit une information clé : l'écart de régulation, que la boucle s'attache à minimiser au cours du temps.

2.2. Régulateur

Prenons l'exemple du réglage de la position d'un axe de table traçante. On doit mesurer la position du stylo, la comparer avec la position demandée (commande de position) et effectuer une action correspondante: faire tourner le moteur dans un sens ou un autre, selon le signe de l'écart de régulation:

Réglage sommaire de la position de l'axe de table traçante:

* Moteur marche avant si :

$$\text{Commande} - \text{contre réaction} > 0$$

* Moteur marche arrière si :

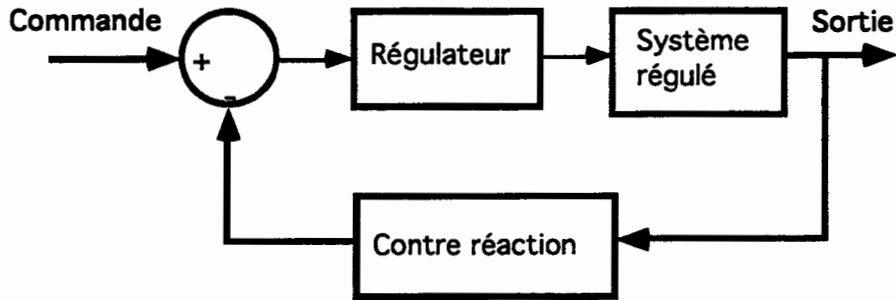
$$\text{Commande} - \text{contre réaction} < 0$$

* Moteur à l'arrêt si :

$$\text{Commande} - \text{contre réaction} = 0$$

Cette méthode de réglage est beaucoup trop sommaire dans la plupart des cas; les questions de stabilité et de précision conduisent à élaborer un traitement plus évolué de l'écart de régulation: en pratique, on effectue ce traitement (souvent électroniquement ou informatiquement), pour satisfaire aux exigences de précision, rapidité, stabilité du système asservi.

L'organe de traitement de l'écart de régulation s'appelle le régulateur:



Les techniques de réglage font l'objet de nombreux cours. Notamment:

"Régulation automatique: systèmes analogiques", [17]

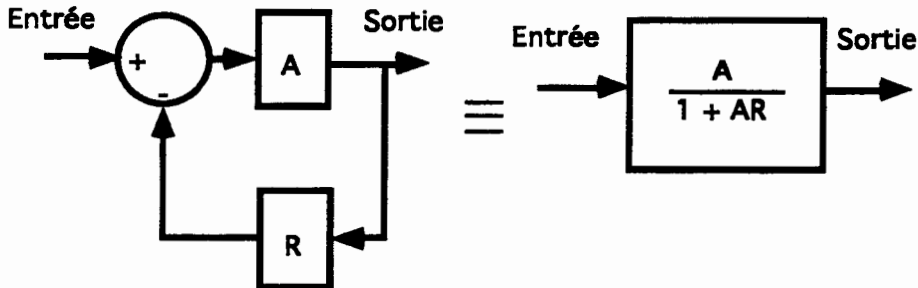
"Conception de systèmes automatiques", [18]

"Électronique de réglage et de commande", [19]

Ces techniques de réglage fournissent un outil indispensable aux ingénieurs pour la conception de systèmes. Réciproquement et sur un plan plus "scientifique", un système à entrée(s) et sortie(s) quelconques peut souvent être analysé en utilisant ce genre d'approche: on part à la recherche, dans le système soumis à investigation, de réactions positives (systèmes instables, inflationnistes) ou négatives (systèmes stables, constants, invariants).

2.3. Gain d'un système bouclé et stable

Ici, nous nous contentons de relever une caractéristique d'un système contre-réactionné stable: son gain.



L'expression du gain total G , dit gain de boucle fermée fait intervenir le gain A de la chaîne d'action et celui R de la chaîne de réaction:

$$\frac{U_o}{U_i} = G = \frac{A}{1 + A \cdot R} : \text{Gain de boucle fermée}$$

A : Gain de la chaîne d'action

R : Gain de la chaîne de réaction

EXO 5.3: VÉRIFICATION DE LA RELATION DE GAIN

2.4. Cas particulier important: le fort gain de chaîne directe

Le cas simple qui nous intéresse pour les amplificateurs opérationnels est celui où la valeur du gain de chaîne directe A est si grande qu'on la suppose infinie:

$$A \approx \infty \quad \Rightarrow \quad G \approx \frac{1}{R}$$

(grand gain de chaîne directe) \Rightarrow (Gain total)

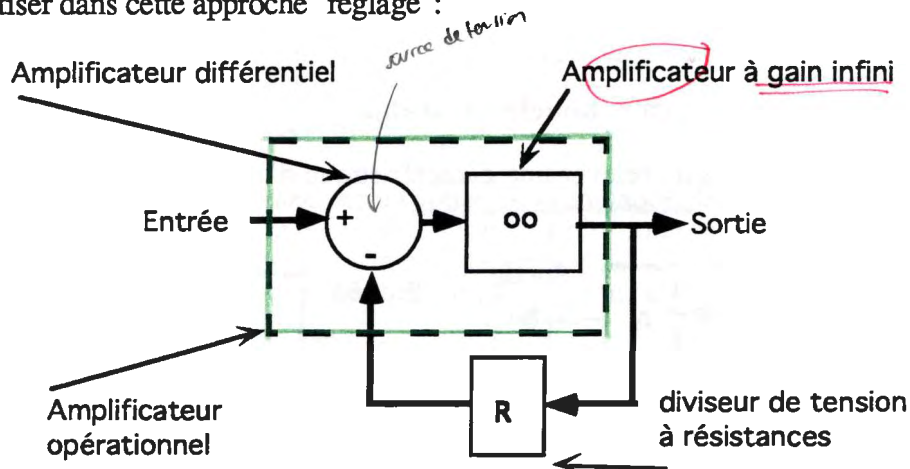
Le résultat est important:

pour les systèmes sensibles, le gain total ne dépend que de la chaîne de contre-réaction.

Comme cette contre-réaction est constituée physiquement d'une chaîne de mesure (capteur, interface, électronique, ligne ...), on voit une autre illustration de l'importance qui doit être accordée à sa conception: précision, qualité...

2.5. Schématisation de l'amplificateur opérationnel

Nous abordons plus loin les amplificateurs opérationnels. Mais ici nous voudrions le schématiser dans cette approche "réglage":

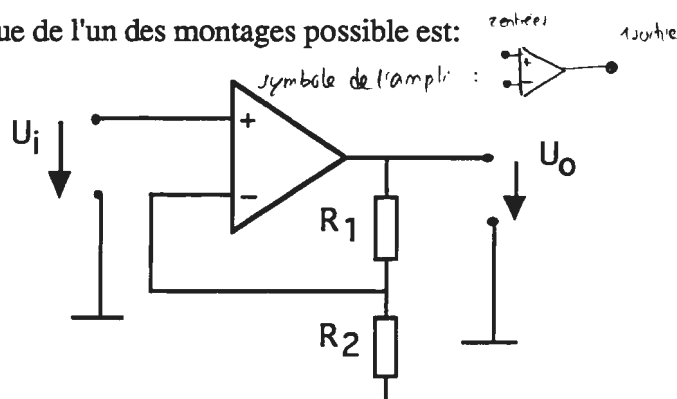


Cet amplificateur opérationnel est constitué:

* d'un étage d'entrée, dont la fonction est de générer un signal à sa sortie, d'amplitude proportionnelle à la différence de ses deux signaux d'entrée (amplificateur différentiel).

* d'un système électronique à très grand gain, mais ne nécessitant pour ainsi dire aucune précision, grâce à la propriété énoncée plus haut.

Le schéma électronique de l'un des montages possible est:



On comprend une entrée différentielle et une contre-réaction formée d'un diviseur de tension à résistances. Le gain du système est donné par l'inverse du diviseur de tension:

$$U_{out} = G \cdot U_{in} : \text{relation de transfert}$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

EXO 5.4 : CALCUL DE PRÉCISION

3. AMPLIFICATEURS DIFFÉRENTIELS

Ce point est consacré à l'amplificateur différentiel, élément important en électronique car il est utilisé en circuit intégré pour des problèmes d'instrumentation et il constitue toujours l'étage d'entrée de l'amplificateur opérationnel, qui sera abordé au chapitre suivant.

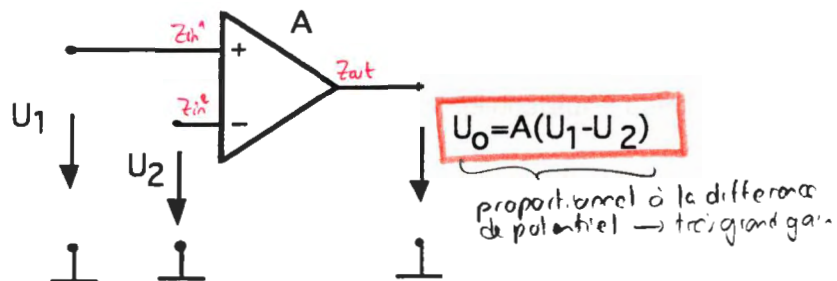
3.1. L'amplificateur différentiel

Un amplificateur différentiel peut être réalisé de différentes manières, nous montrons plus loin (au second semestre) le principe de fonctionnement d'un amplificateur différentiel à transistors bipolaires.

3.1.1. Définition

Le terme amplificateur différentiel désigne un concept, un type d'amplificateur produisant un signal en sortie, proportionnel à la différence des signaux appliqués à ses deux entrées.

Notation:



Idéalement, cet amplificateur devrait présenter les caractéristiques suivantes:

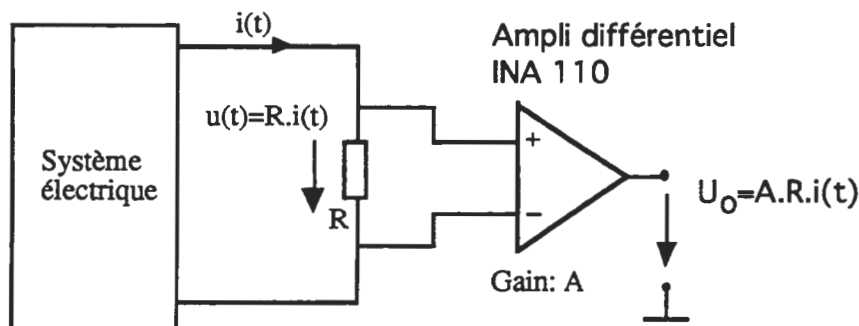
- très grandes impédances sur les entrées positives et négatives, $Z_{in} \cong \infty$
- impédance en sortie très faible, $Z_{out} \cong 0$
- gain en tension précis et stable.

3.1.2. Exemple d'amplificateur différentiel

Mentionnons un amplificateur différentiel d'instrumentation: le circuit intégré

INA 110 de Burr-Brown,

qui pourrait être utilisé dans un circuit où l'on cherche une information qui est contenue de manière différentielle, par exemple la mesure d'un courant circulant dans un circuit:

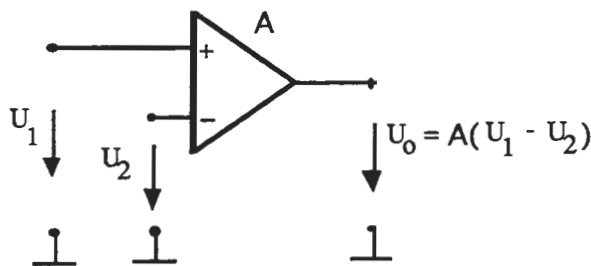


Remarque

Nous avons déjà signalé l'existence d'amplificateurs opérationnels, lesquels utilisent la même notation électrique, il convient donc de ne pas confondre ces deux éléments: l'amplificateur opérationnel est constitué d'un étage différentiel, puis d'un étage à fort gain, comme signalé précédemment. L'utilisation dans un circuit électronique s'en trouve totalement modifiée: l'amplificateur différentiel peut s'employer tel quel, comme dans l'exemple précité, alors que l'amplificateur opérationnel doit être (contre-)réactionné pour présenter ses qualités. Nous reviendrons sur cet élément au chapitre suivant.

3.2. Tensions et gains des modes commun et différentiel

Reprenons la définition de l'amplificateur idéal, et détaillons quelques points qui servent à qualifier les amplificateurs différentiels intégrés:

**3.2.1. Gain total**

Le gain est donné par:

$$\text{Gain total : } U_o = A_1 \cdot U_1 + A_2 \cdot U_2$$

$$\text{Avec : } A_1 = \left. \frac{U_o}{U_1} \right|_{U_2=0} ; \quad A_2 = \left. \frac{U_o}{U_2} \right|_{U_1=0}$$

On définit le tension de mode commun et la tension de mode différentiel:

La tension d'entrée en mode différentiel:

$$U_d = U_1 - U_2 \quad (\text{tension que l'on veut traiter})$$

La tension d'entrée en mode commun:

$$U_c = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (\text{tension "moyenne" que l'on veut ignorer})$$

Ainsi on écrit, pour le gain total:

Gain total:

$$U_o = U_c(A_1 + A_2) + U_d \left(\frac{A_1 - A_2}{2} \right)$$

En posant:

$$A_d = \frac{A_1 - A_2}{2} \quad : \text{Gain en tension du mode différentiel (souhaité)}$$

$$A_c = A_1 + A_2 \quad : \text{Gain en tension du mode commun (pas souhaité)}$$

On a, pour l'expression du gain total:

$$U_o = U_c \cdot A_c + U_d \cdot A_d$$

On définit encore le facteur de réjection du mode commun:
(CMRR : Common mode rejection ratio)

*Facteur de réjection du mode commun
(spécifié par le fabricant):*

$$\rho = \frac{A_d}{A_c} \quad (-) \text{ ou } (dB)$$

On obtient, comme expression du gain:

$$U_o = A_d \cdot U_d \cdot \left(1 + \rho \frac{U_c}{U_d} \right)$$

Remarquons encore que le cas idéal de l'amplificateur différentiel correspond, pour cet aspect, à:

$$\rho \rightarrow \infty \quad : \quad U_o \rightarrow A_d \cdot U_d$$

C'est à dire qu'un grand taux de réjection du mode commun est nécessaire pour considérer l'amplificateur comme différentiel.

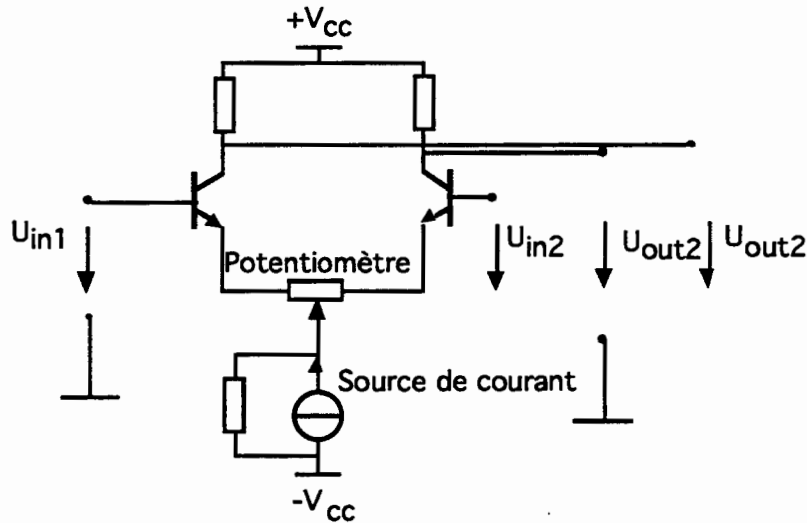
EXO 5.5 : MONTAGE À AMPLI DIFFÉRENTIEL

3.3. Amplificateur différentiel à transistors bipolaires

On reviendra sur ce point avec plus d'efficacité après l'introduction aux semi-conducteurs, au second semestre.

3.3.1. Schéma de principe

Voici schématiquement une réalisation d'amplificateur différentiel:



3.3.2. Discussion qualitative


La source de courant a pour fonction de polariser les transistors dans une région linéaire. Elle est elle-même réalisée à l'aide de un ou plusieurs transistors.

Le potentiomètre sert à équilibrer les courants des deux transistors, contribuant ainsi à avoir des gains proches donc une bonne réjection du mode commun.

Si les deux transistors subissent des contraintes thermiques proches, on peut espérer aussi des dérives dues à la température proches, donc encore une fois une meilleure réjection du mode commun. Ici on voit un des avantages de l'intégration des transistors sur silicium: très proches physiquement et technologiquement, ces deux transistors sont presque des jumeaux, d'où encore une situation idéale pour ce type d'amplificateur.

La modélisation de ce montage fait intervenir les paramètres h du transistor bipolaire, en montage (pseudo-)émetteur commun, ainsi que le formalisme quadripolaire. Voir l'ouvrage "Électronique", [5] au chapitre 2.


3.3.3. Extrait de la fiche technique de l'AOP LF 351



**National
Semiconductor**

**LF351 Wide Bandwidth JFET
Input Operational Amplifier**

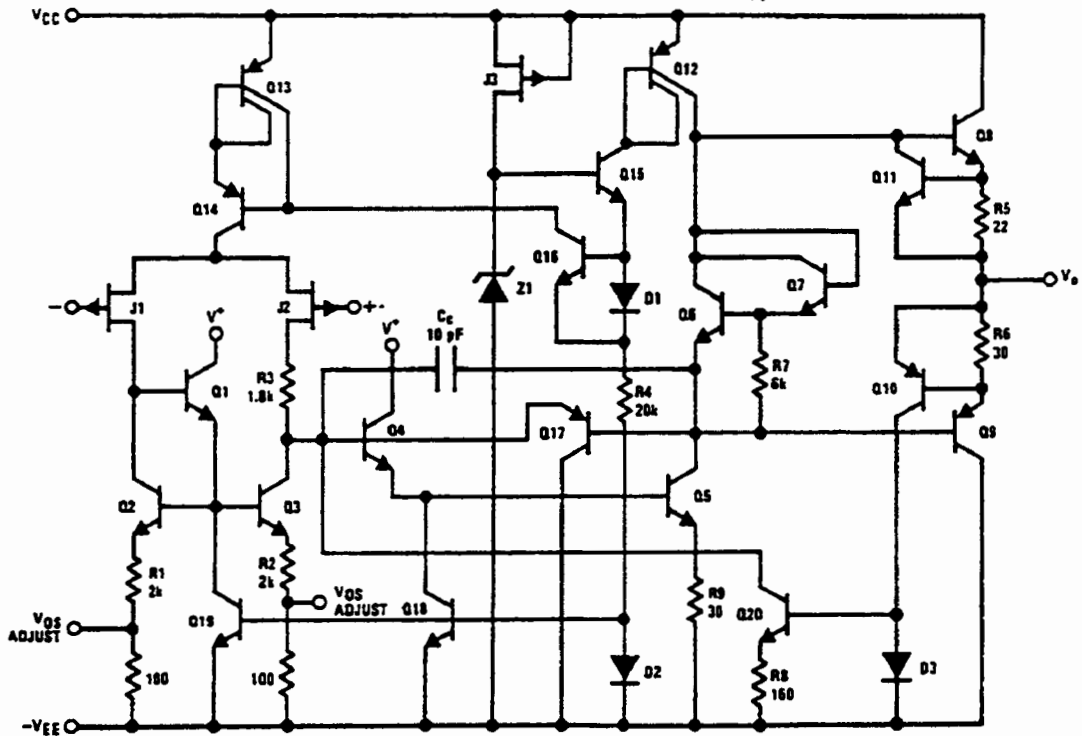
Operational Amplifiers/Buffers



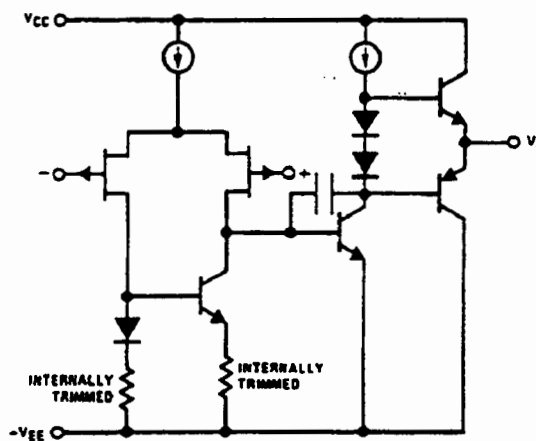
Bi-FET II™ Technology

LF351

Detailed Schematic



Simplified Schematic



Notez que l'étage d'entrée de cet amplificateur opérationnel est bien un étage différentiel. Dans le schéma simplifié, on retrouve cet étage différentiel suivi d'une schématisation d'un très fort gain.

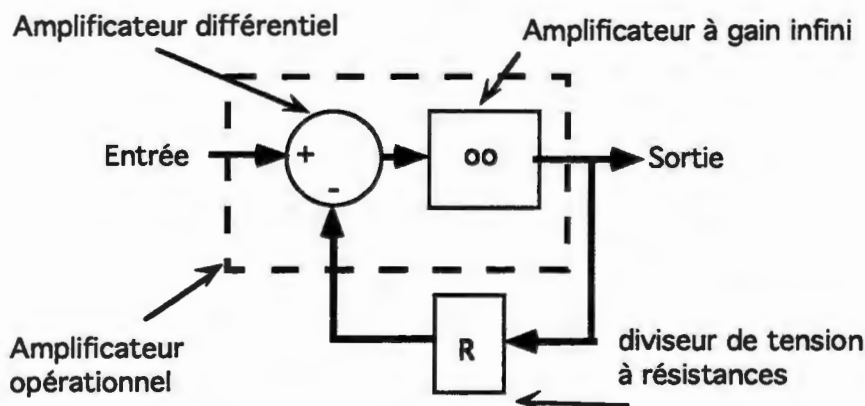
4. AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Dans ce chapitre, on rappelle ce qu'est un amplificateur opérationnel, en précisant les deux types de contre-réaction linéaires utilisées typiquement. On aborde les caractéristiques réelle des amplificateurs opérationnels (AOP), qui sont toujours partie prenante d'une conception ou d'une analyse de circuit. On présente quelques montages types, que nous conseillons aux étudiants de vérifier afin de les assimiler.

4.1. Introduction à l'amplificateur opérationnel

4.1.1. Rappel: l'AOP comme système contre-réactionné

Nous avons déjà identifié précédemment l'amplificateur opérationnel comme constitué d'un étage d'entrée différentiel et d'un autre étage, placé en série et présentant un très fort gain, idéalement proche de l'infini:

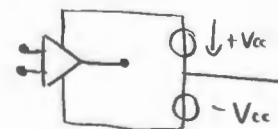


Ce fort gain confère la propriété au système contre-réactionné de présenter un gain total ne dépendant que de la contre-réaction:

Gain total du système contre-réactionné:

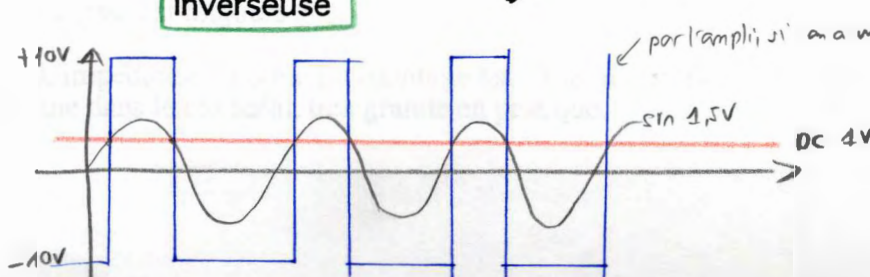
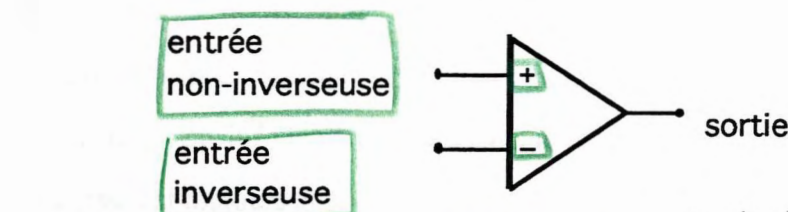
$$G_{tot} = \frac{1}{R}$$

Gain de la contre-réaction: R




et on doit toujours avoir
 $|V_{cc}|$ idem pour 2 bornes.

4.1.2. Symbole de l'AOP Ampli. opérationnel



si: DC \rightarrow 0V
et: sin centrée 0V,
on a alors un signal
carré 50% \oplus , 50% \ominus
 \rightarrow on peut régler les
plages de \oplus ou \ominus du
signal carré en réglant
la valeur de DC.


3.3.3. Extrait de la fiche technique de l'AOP LF 351



**National
Semiconductor**

**LF351 Wide Bandwidth JFET
Input Operational Amplifier**

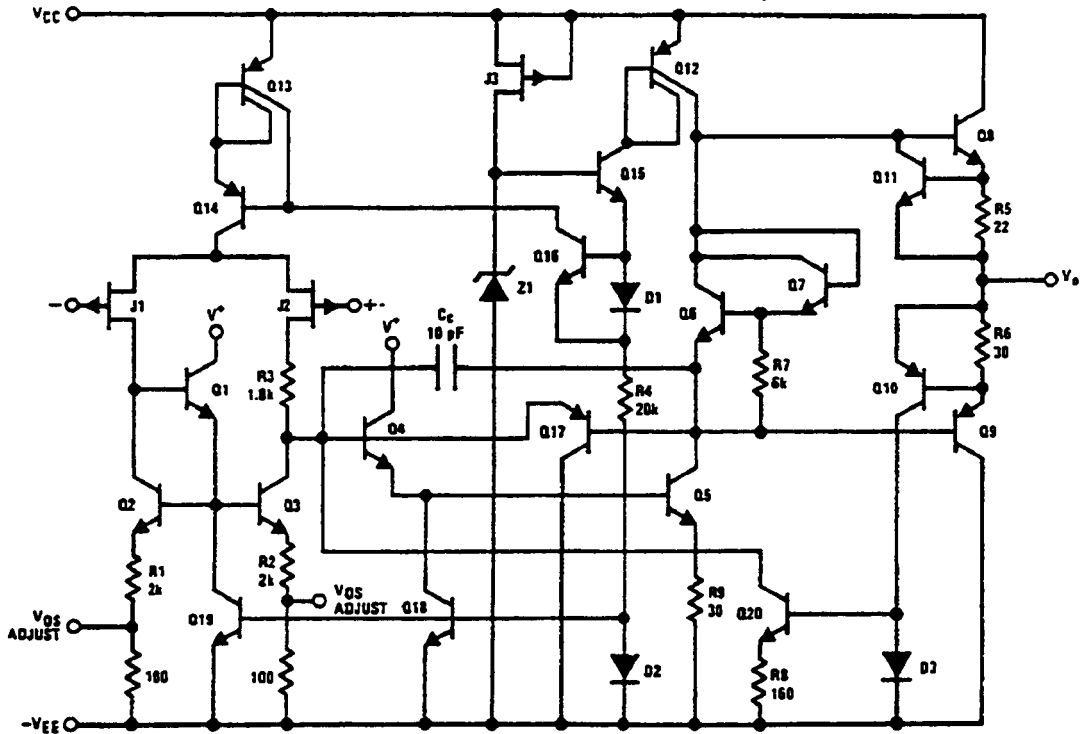
Operational Amplifiers/Buffers



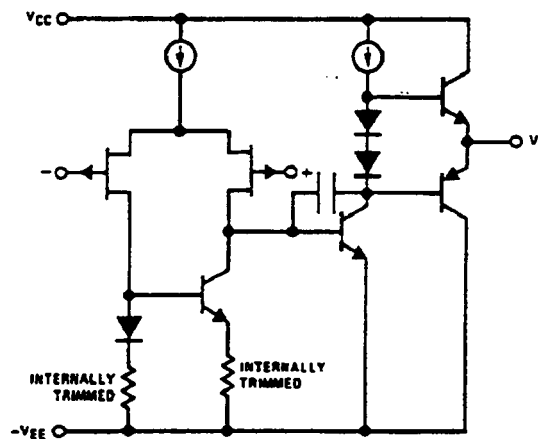
Bi-FET II™ Technology

LF351

Detailed Schematic



Simplified Schematic



Notez que l'étage d'entrée de cet amplificateur opérationnel est bien un étage différentiel. Dans le schéma simplifié, on retrouve cet étage différentiel suivi d'une schématisation d'un très fort gain.

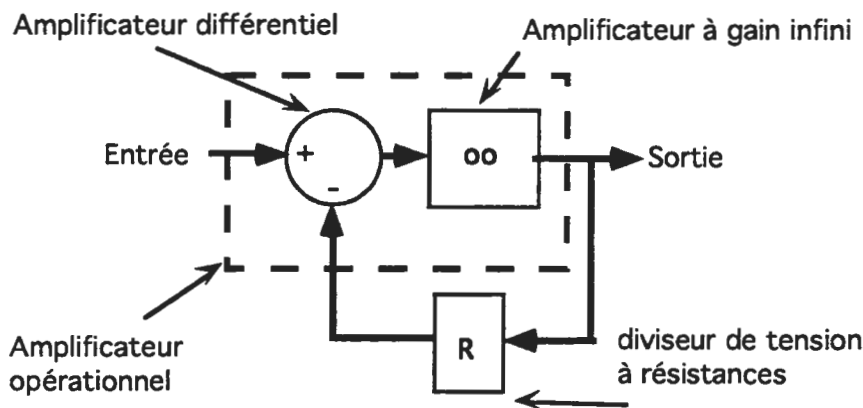
4. AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Dans ce chapitre, on rappelle ce qu'est un amplificateur opérationnel, en précisant les deux types de contre-réaction linéaires utilisées typiquement. On aborde les caractéristiques réelle des amplificateurs opérationnels (AOP), qui sont toujours partie prenante d'une conception ou d'une analyse de circuit. On présente quelques montages types, que nous conseillons aux étudiants de vérifier afin de les assimiler.

4.1. Introduction à l'amplificateur opérationnel

4.1.1. Rappel: l'AOP comme système contre-réactionné

Nous avons déjà identifié précédemment l'amplificateur opérationnel comme constitué d'un étage d'entrée différentiel et d'un autre étage, placé en série et présentant un très fort gain, idéalement proche de l'infini:

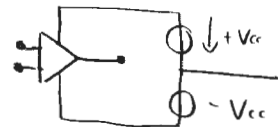


Ce fort gain confère la propriété au système contre-réactionné de présenter un gain total ne dépendant que de la contre-réaction:

Gain total du système contre-réactionné:

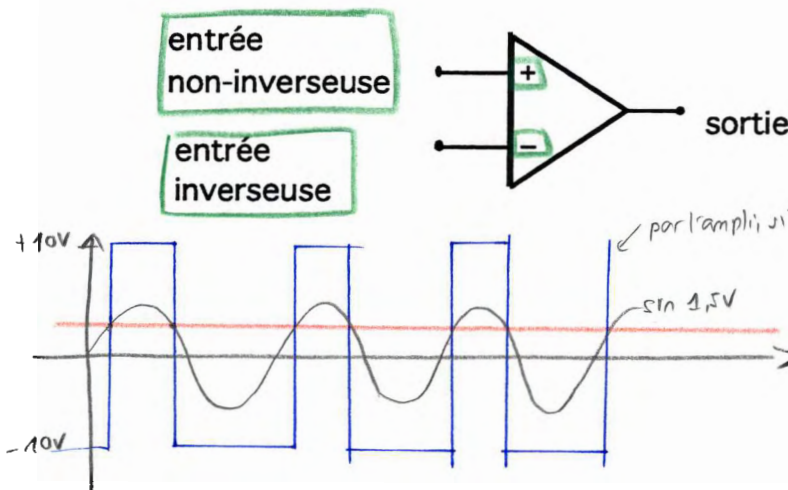
$$G_{tot} = \frac{1}{R}$$

Gain de la contre-réaction: R



et on doit toujours avoir $|V_{cc}|$ idem pour 2 bornes.

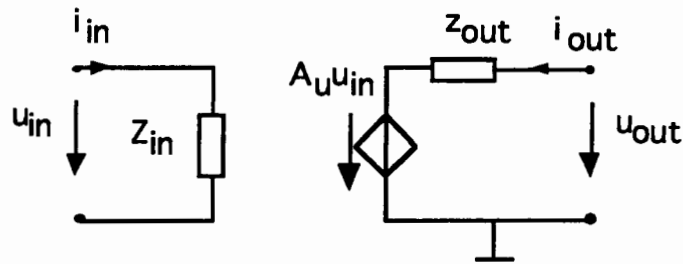
4.1.2. Symbole de l'AOP Ampli. opérationnel



par l'ampli, si on a un peu plus de tension → amplifié
→ saturation
si: DC → 0V
et: sin centré en 0V,
on a alors un signal
corré 50% ⊕, 50% ⊖
→ on peut régler les
plages de ⊕ ou ⊖ du
signal corré en réglant
la valeur de DC.

4.1.3. L' AOP idéalisé

L'amplificateur opérationnel se présente comme un amplificateur de tension à entrée différentielle:



Idéalement, on aurait:

- * Gain en tension infini: $A_u \approx \infty$
- * Impédance d'entrée infinie: $Z_{in} \approx \infty$
- * Impédance de sortie nulle: $Z_{out} \approx 0$

Mais il est clair que cela ne peut résumer toutes les caractéristiques idéales d'un AOP: il peut y avoir aussi des considérations sur la bande passante, la consommation, etc. ...

4.1.4. Exemple de fiche technique: le LF 351

En fin de brochure, on présente la fiche technique du circuit intégré:

LF 351 de National Semiconductor.

On y trouve le schéma électronique simplifié, où l'on distingue l'étage d'entrée différentiel, à transistors FET, permettant d'obtenir une excellente impédance d'entrée ($=10^{12} \Omega$) de l'AOP. Plus loin, on propose à l'étudiant d'y revenir, pour une lecture détaillée de caractéristiques.

4.2. Les deux types de contre-réaction utilisées

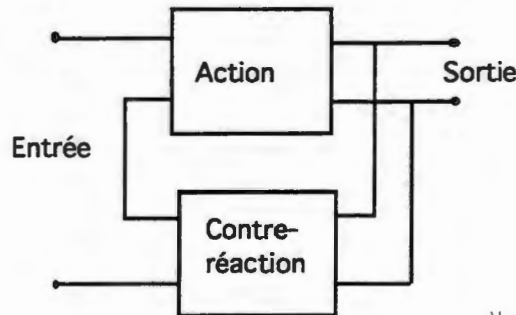
Il existe deux configurations utilisées en pratique pour réaliser la contre-réaction d'amplificateurs opérationnels: la contre-réaction tension-série correspond au montage non-inverseur. La contre-réaction tension-shunt correspond au montage inverseur.

Rem: 1) la sortie veut être faire le nécessaire pour que la diff. de pot. entre les entrées s'annule

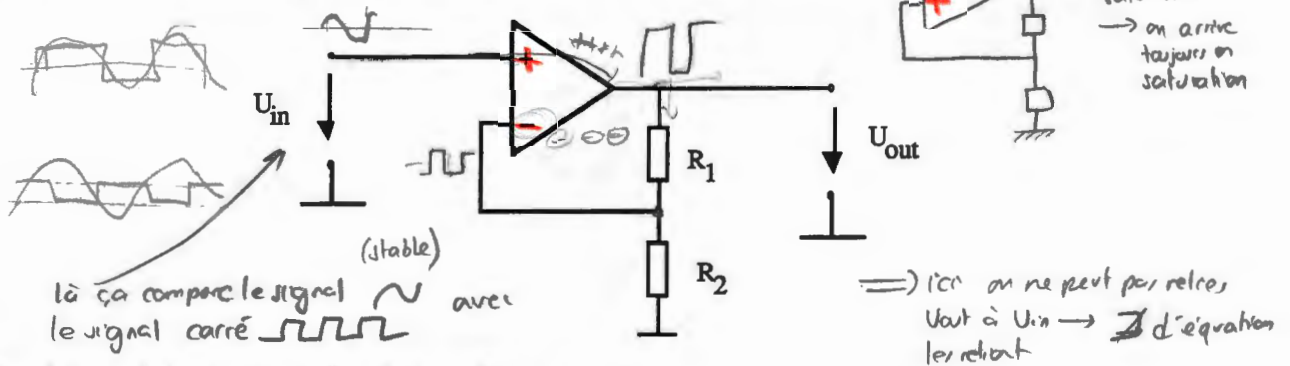
4.2.1. Montage non-inverseur

Contre-réaction tension-série:

Le prélèvement de la sortie s'effectue de manière parallèle, et sa réinjection en entrée de manière série, c'est à dire en sommation de tension.



Amplificateur en montage non-inverseur:



On obtient aisément la relation de transfert en tension :

Gain de contre-réaction:

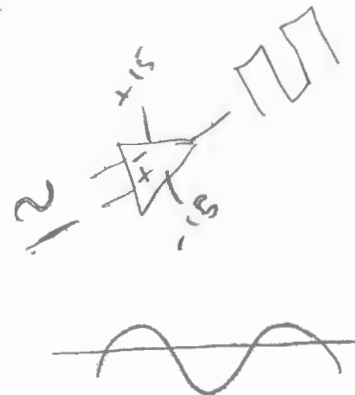
$$G_r = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Gain du système contre-réactionné:

$$G_{tot} = \frac{1}{G_r} \quad (\text{gain de chaîne directe infini})$$

$$d'où: G_{tot} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

$$U_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_i$$

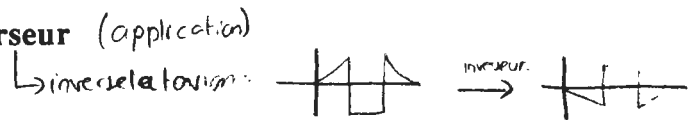


Remarques concernant ce montage:

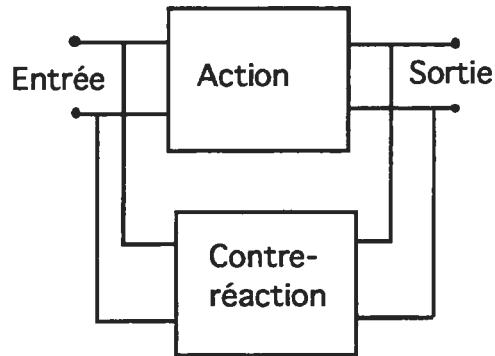
- * Le gain est positif : la sortie varie dans le même sens que l'entrée
- * Le gain est toujours > 1
- * L'impédance d'entrée du montage est celle de l'amplificateur opérationnel, c'est à dire infinie dans le cas idéal, très grande en pratique.

4.2.2. Montage inverseur (application)

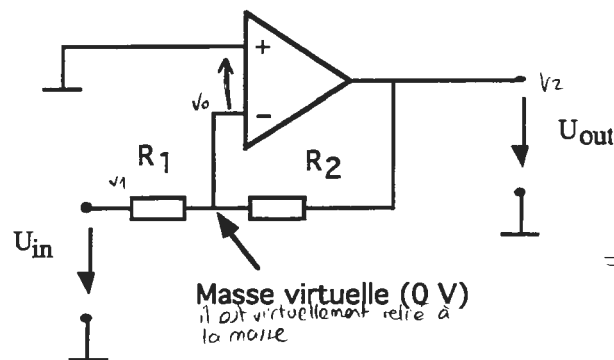
Contre-réaction tension-shunt:



Le prélèvement de la sortie s'effectue de manière parallèle, et sa réinjection en entrée encore de manière parallèle, c'est à dire en sommation de courant.



Amplificateur en montage inverseur:



$$V_2 = -A \cdot V_0 \Rightarrow V_0 \sim 0$$

$$i_1 = \frac{V_1 - V_0}{R_1} \approx \frac{V_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_0 - V_2}{R_2} \approx -\frac{V_2}{R_2}$$

or $V_0 = 0 \Rightarrow i_1 = i_2$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = -\frac{V_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow G = \frac{V_2}{V_1} = -\frac{R_2}{R_1}$$

L'entrée inverseuse est appelée masse virtuelle, car elle reste, dans ce montage, à un potentiel nul sans pour autant être connectée à la masse. Ceci peut être compris de la manière suivante: comme le gain de l'amplificateur est infini, on peut compter avec une tension différentielle d'entrée nulle :

$$U_{out} = \text{tension d'entrée} \cdot \text{gain:}$$

$$U_{out} = "0 \cdot \infty"$$

En posant cette entrée inverseuse à un potentiel nul, on obtient aisément la relation de transfert en tension :

$$\boxed{\frac{U_{out}}{U_{in}} = G = -\frac{R_2}{R_1}}$$

$$U_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_{in}$$

Remarques concernant ce montage:

* Le gain est toujours négatif

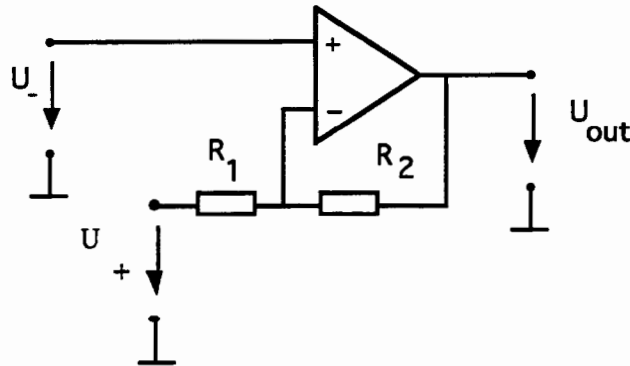
* L'impédance d'entrée du montage est donnée par la résistance R_1 :

Impédance d'entrée:

$$Z_{in} = R_1$$

4.2.3. Montage inverseur et non inverseur

Tant que l'on reste dans des conditions d'utilisation linéaires, le principe de superposition reste valable et on peut donc utiliser le schéma suivant, combinant les deux contre-réactions:



En déterminant séparément les contributions des tensions d'entrée à la tension de sortie (principe de superposition), on obtient:

$$U_{out} = U_{+} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} - U_{-} \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Le gain est > 1

$$Z_{in} = \frac{V_A}{I_0} \approx \infty$$

4.3. Les caractéristiques réelles des AOP

4.3.1. Gain en tension réel

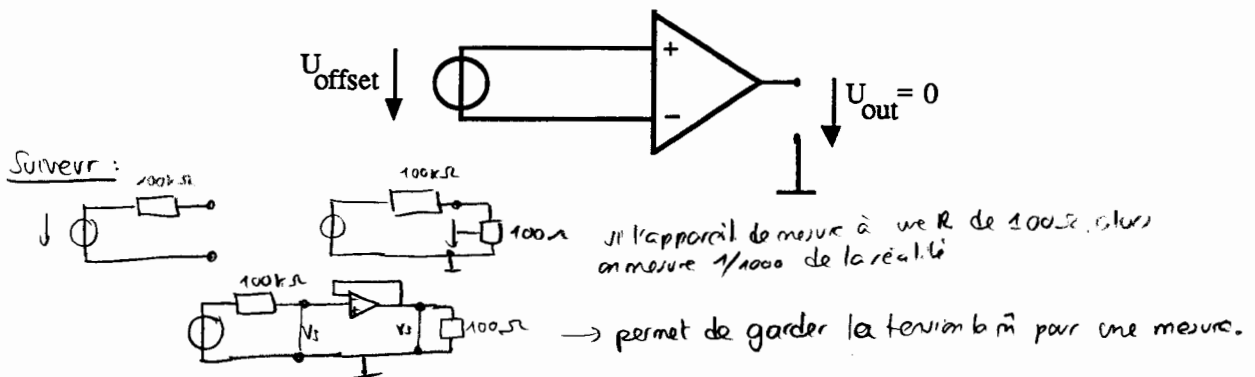
Le gain en tension de l'amplificateur opérationnel sans contre réaction n'est pas infini.
Ordre de grandeur : 2000 à 500 000

4.3.2. Résistance différentielle d'entrée

La résistance différentielle d'entrée dépend de la structure du circuit d'entrée.
Ordre de grandeur: Mohm en bipolaire, Teraohm en unipolaire

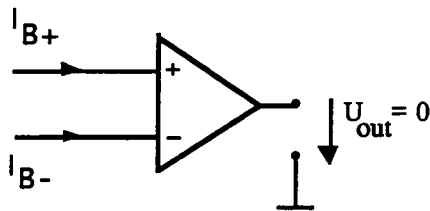
4.3.3. Tension de décalage

La tension de décalage (input offset voltage) est la valeur de la tension qu'il faut appliquer à l'entrée pour que la tension de sortie s'annule:
Ordre de grandeur: le millivolt.



4.3.4. Le courant de polarisation

Le courant de polarisation (input bias current) correspond à la moyenne des courants d'entrée, lorsque la tension de sortie est nulle:



On définit:

Courant d'entrée de polarisation:

$$I_B = \frac{I_{B+} + I_{B-}}{2}$$

Comme son nom l'indique, c'est un courant utilisé par l'étage différentiel pour trouver sa polarisation continue.

Ordre de grandeur:

0.5 à 500 μA pour le bipolaire

10 à 200 nA pour l'unipolaire

4.3.5. Le courant de décalage

Le courant de décalage (offset current) représente la différence entre les courants de polarisation:

Courant de décalage:

$$I_{i,offset} = I_{B+} - I_{B-}$$

4.3.6. Coefficients de dérive thermique

Les fabricants indiquent les coefficients de dérive thermique des paramètres de polarisation:

$$\alpha_{I_{offset}} = \frac{\Delta I_{offset}}{\Delta T} \quad \left(\frac{\text{nA}}{^\circ\text{C}} \right)$$

$$\alpha_{U_{offset}} = \frac{\Delta U_{offset}}{\Delta T} \quad \left(\frac{\mu\text{V}}{^\circ\text{C}} \right)$$

4.3.7. Le taux de réjection de l'alimentation

Le taux de réjection de l'alimentation (power supply rejection ratio: PSRR) exprime la sensibilité de la tension de décalage aux fluctuations de la tension d'alimentation :

Taux de réjection de l'alimentation:

$$PSRR = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{\Delta U_{i,offset}}{\Delta V_{cc}^{+-}} \right) \quad (dB)$$

V_{cc}^{+-} : tension totale appliquée au circuit

Ordre de grandeur: 80 à 100 dB

4.3.8. Le taux de rejet de la tension de mode commun

Le taux de rejet de la tension de mode commun (common mode rejection ratio: CMRR), comme déjà défini pour l'amplificateur différentiel:

Taux de réjection du mode commun:

$$CMRR = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{A_d}{A_c} \right) \quad (dB)$$

A_d : gain du mode différentiel

A_c : gain du mode commun

Ordre de grandeur: 80 à 100 dB

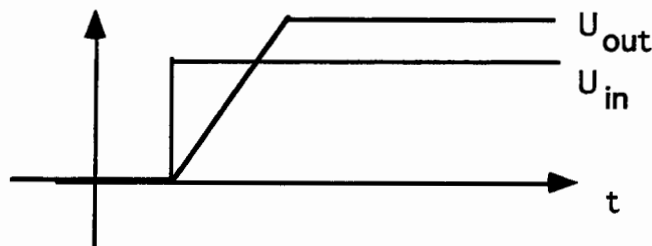
4.3.9. La plage de travail en tension et en courant

L' amplitude maximale de la tension de sortie (output voltage swing) dépend en général des fréquences de travail. Pour les basses fréquences, on peut compter sur $V_{cc} - 2 \text{ volts}$. Au delà, on assiste à une saturation en tension, faisant sortir notre système de son confortable régime linéaire!

Le courant maximal en sortie pose évidemment le même type de problèmes: une saturation en courant de l'étage de sortie de l'amplificateur.

4.3.10. Vitesse maximale

La vitesse maximale de montée ou de descente du signal de sortie (slew rate) est généralement donnée pour un échelon unité:



On définit:

$$\text{slew rate} = \frac{\Delta U_o}{\Delta t} \quad \left(\frac{V}{\mu s} \right)$$

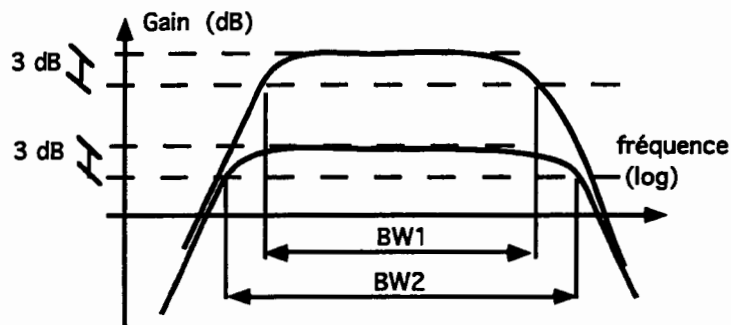
Ordre de grandeur:

$$0.5 \text{ à } 50 \quad \frac{V}{\mu s}$$

4.3.11. Le produit gain-bande passante

La largeur de bande passante (appelée bande passante, band width, BW) est donnée sous forme du produit gain-bande passante (gain-bandwidth product), produit qui est généralement constant. (Voir le schéma suivant).

C'est un résultat relativement important: on double la bande passante d'un montage à amplificateur opérationnel en divisant par deux le gain de ce dernier. C'est aussi une des grandes propriétés des systèmes contre-réactionnés que d'améliorer la bande passante, donc la rapidité de réponse des systèmes.



4.3.12. Valeurs maximales

Les valeurs maximales (absolute maximum ratings) limitent:

- La tension différentielle d'entrée.
- La tension commune d'entrée.
- Les tensions d'alimentations maximales.
- Le courant de sortie maximal (de court-circuit).
- Les températures maximales.
- La dissipation maximum admissible.

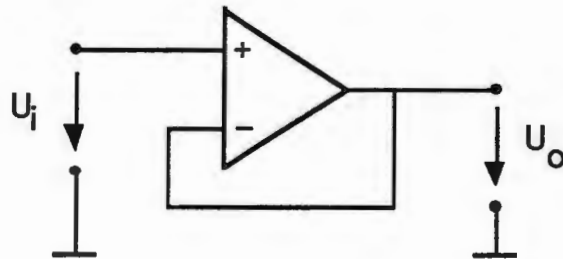
EXO 5.6 : RECHERCHE DANS FICHE TECHNIQUE

4.4. Montages linéaires en réaction négative

Nous présentons ici quelques montages à amplificateurs opérationnels, en laissant le soin au lecteur de vérifier les relations de transfert pour chacun de ces montages. Il est à noter néanmoins que la conception d'une fonction électronique se fait avec les fiches techniques des composants, en particulier celle de l'amplificateur, où sont présentées des applications typiques plus évoluées.

4.4.1. Le suiveur de tension

Le suiveur de tension est typiquement utilisé dans un circuit où l'on cherche à "découpler" les impédances, c'est à dire à empêcher une impédance de source de constituer avec une impédance de charge un diviseur de tension.



c.f. p. 145

Caractéristiques du suiveur:

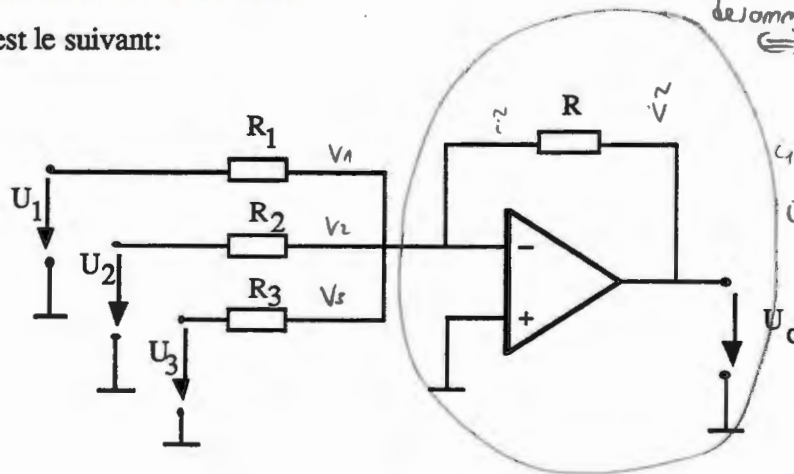
- Gain unité
- Impédance d'entrée infinie
- Impédance de sortie nulle.

exemple: V_1 : sin, V_2 : continu, V_1 : continu } si $R_i = cte$, alors le signal de sortie est de :
le sin u) @ la somme des autres tensions

EXO 5.7. UTILITÉ DU SUIVEUR DE TENSION

4.4.2. Le sommateur

Le montage est le suivant:



ce circuit a le rôle de sommer les tensions. Gain de 1 \Leftrightarrow toutes les résistances sont identiques

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

$$i_3 = \frac{V_3}{R_3}$$

$$\Rightarrow i = i_1 + i_2 + i_3$$

$$V_2 = -R_2 \cdot i$$

$$= -R_2 \left(\sum_{j=1}^3 i_j \right)$$

On a:

Resumé:



$$V_2 = -V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$



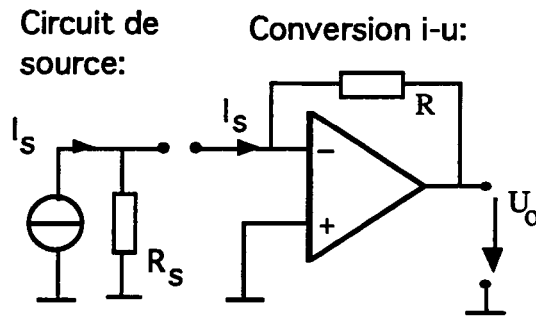
$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$



$$V_{out} = V_1 \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1} - V_1 \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

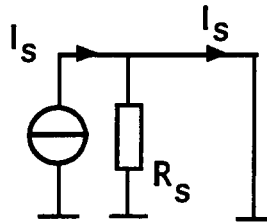
4.4.3. La conversion courant-tension

Le montage est le suivant:



Tension de sortie: $U_o = -R \cdot I_s$

Dans ce montage inverseur, l'entrée inverseuse de l'amplificateur est une masse virtuelle, la source de courant débite donc dans un court-circuit:

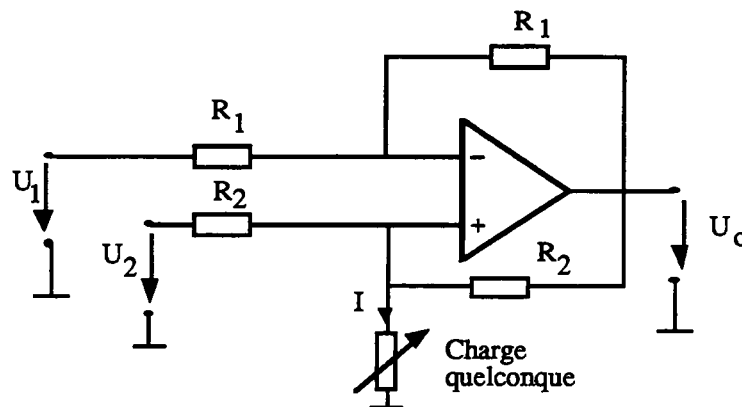


Ainsi la résistance de source n'intervient pas dans l'expression du gain.

EXO 5.8. RETOUR AUX SOURCES

4.4.4. La conversion tension-courant

Le montage est le suivant:



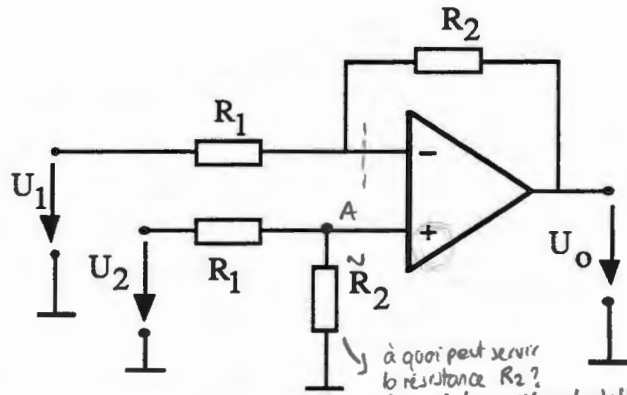
Le courant I traversant la charge z quelconque est donné par:

$$I = \frac{U_2 - U_1}{R_2}$$

Il s'agit donc bien, pour la charge z , d'une source de courant contrôlée par la tension d'entrée $U_2 - U_1$.

4.4.5. Amplificateur différentiel

Le montage est le suivant:



En appliquant le principe de superposition, on obtient la tension de sortie:

$$U_o = (U_2 - U_1) \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

→ avec la résistance \tilde{R}_2 , on obtient une certaine tension

Impédances d'entrées:

R_1 pour U_1

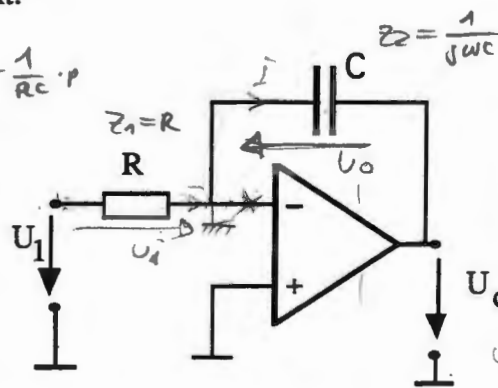
$R_1 + R_2$ pour U_2

$$C \cdot \dot{U}_2 = -I$$

4.4.6. L'intégrateur

Le montage est le suivant:

$$G = -\frac{Z_c}{R} = -\frac{1}{j\omega RC} = -\frac{1}{RC} \cdot p$$



$$\begin{cases} v_2 = -\frac{1}{C} \int_0^t i \, dt \\ i = \frac{v_1}{R} \\ \Rightarrow v_2 = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_1 \, dt \end{cases}$$

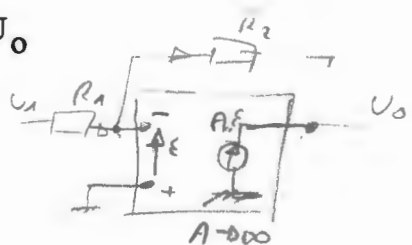
Les relations de transfert sont:

Relation temporelle:

$$U_o = -\frac{1}{RC} \int_{t_0}^t U_i(t) \cdot dt \quad U_i(t_0) = 0$$

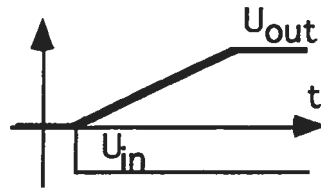
Relation en Laplace:

$$\frac{U_o(p)}{U_i(p)} = -\frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{p}$$

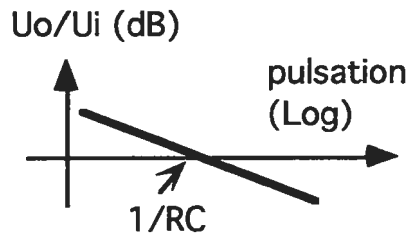


$$\begin{aligned} U_o &= A \cdot E \\ E &= \frac{v_1}{R_1} + \frac{v_o}{R_2} \\ &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \end{aligned}$$

On obtient la réponse indicielle suivante:



Et pour la réponse harmonique en amplitude:



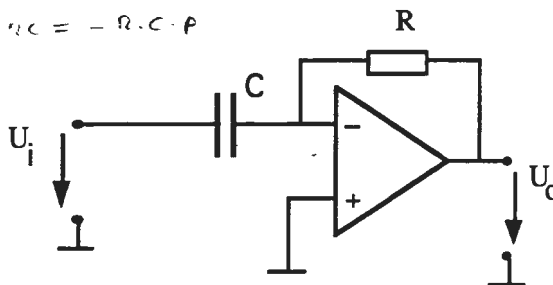
EXO 5.9. PROBLÈMES D'OFFSET AVEC L'INTÉGRATEUR

EXO 5.10 COMPENSATION D'OFFSET

4.4.7. Le différentiateur

Le montage est le suivant:

$$G = - \frac{R}{Z_c} = - \frac{R}{j\omega RC} = - \frac{R}{R \cdot C \cdot p}$$



La relation de transfert est:

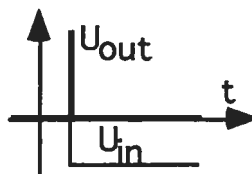
Relation temporelle:

$$U_o = -RC \cdot \frac{dU_i(t)}{dt}$$

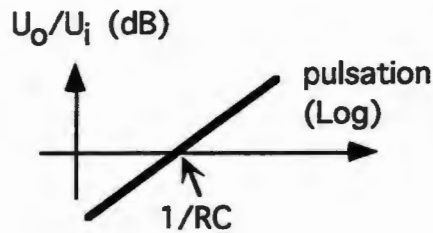
Relation en Laplace:

$$\frac{U_o(p)}{U_i(p)} = -RC \cdot p$$

On obtient la réponse indicielle suivante:

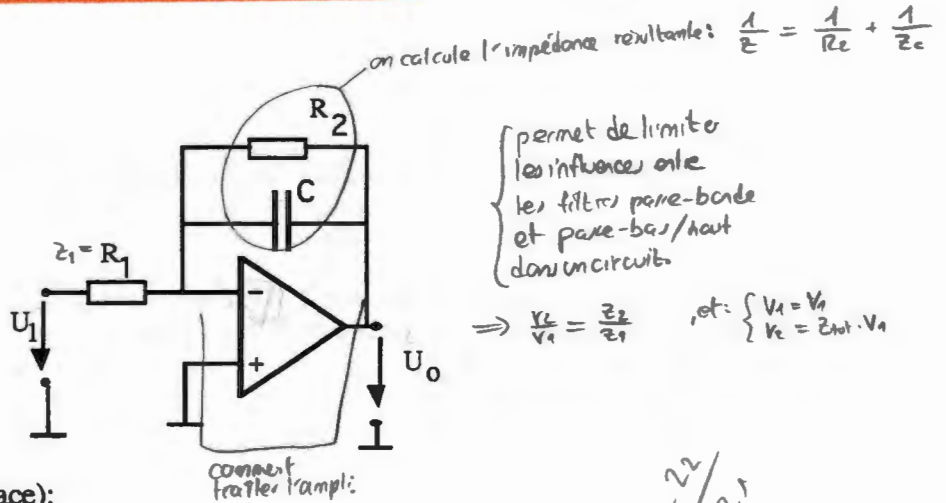


Et pour la réponse harmonique:



4.4.8. Le filtre passe-bas du premier ordre

Montage typique:

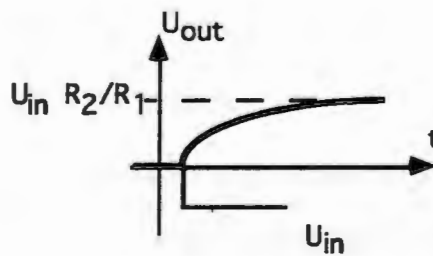


Fonction de transfert (Laplace):

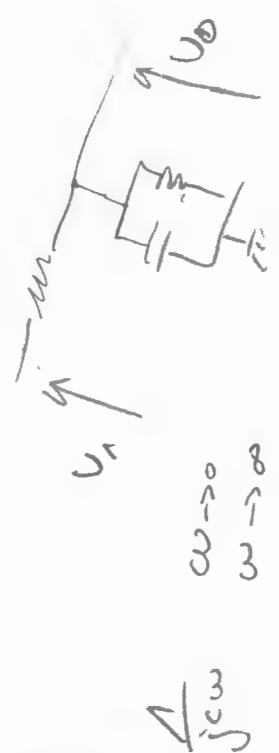
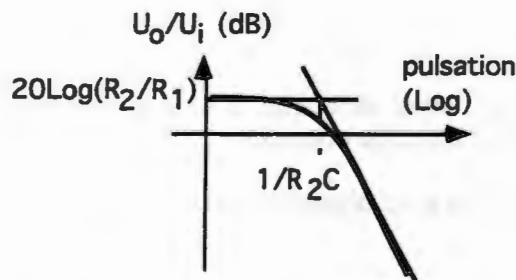
$$\frac{U_o(p)}{U_i(p)} = \frac{R_2/R_1}{R_2C \cdot p + 1} = \frac{G(p=0)}{\tau \cdot p + 1}$$

Handwritten: $U_0 = U_i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

On obtient la réponse indicielle:



Et pour la réponse harmonique:



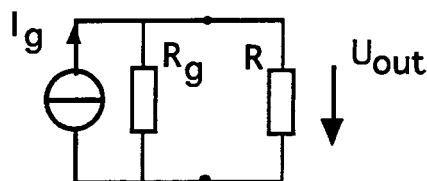
EXO 5.11 TRAVAIL DE VÉRIFICATION DES GAINS

5. EXERCICES

5.1. Calcul d'imprécision

La conversion courant-tension la plus simple consiste à placer une résistance aux bornes de la source de courant. La résistance de la source de courant est donnée avec une précision de 50%.

Conversion courant-tension:



On a les valeurs suivantes:

$$I_g : \text{de } 1 \text{ à } 10 \text{ mA} \quad (\text{à capter})$$

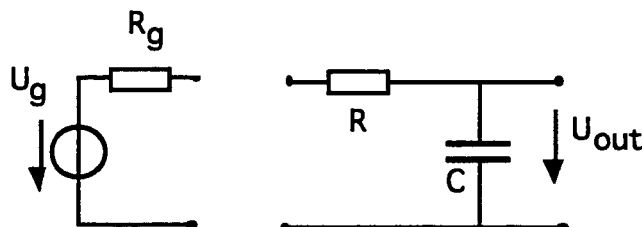
$$R_g \approx 10 \text{ K}\Omega \quad (50\%)$$

Quelle valeur de résistance à 1 % choisissez-vous pour assurer une précision de 10 % sur la captation de courant ? Exprimez la relation de transfert courant-tension.

5.2. Calcul d'imprécision

Un signal sinusoïdal de fréquence 1 KHz est mêlé à du bruit et des harmoniques de fréquences supérieures. On désire le filtrer, pour atténuer ces tensions superposées et indésirables.

Filtrage RC du premier ordre:



Source du signal

On a les valeurs suivantes:

$$R_g = 100 \Omega$$

La résistance de la source de tension est connue avec une précision de 50 %. On dispose de condensateurs spécifiés à 30 %, et de résistances spécifiées à 1 %. Pour le filtre, on décide une fréquence de coupure de 1 KHz. On a:

Fréquence de coupure d'un filtre RC:

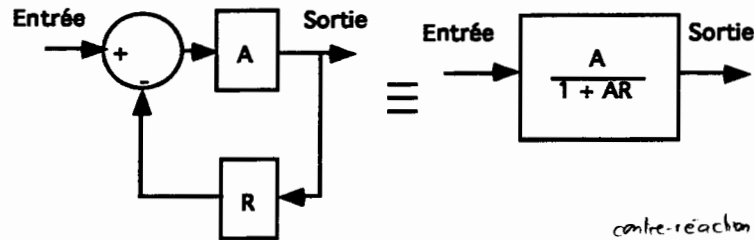
$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot RC} \quad (\text{Hz})$$

Choisissez la résistance de telle sorte que la résistance de source avec sa tolérance n'influencent que peu la fréquence de coupure.

Calculez la capacité nécessaire pour obtenir la fréquence de coupure.

5.3. Vérification de la relation de gain

On a le schéma d'un système asservi:



contre-réaction: réaction négative pour arriver à la consigne

avec l'expression de son gain:

$$G = \frac{A}{1 + A \cdot R} : \text{Gain de boucle fermée}$$

A : Gain de la chaîne d'action

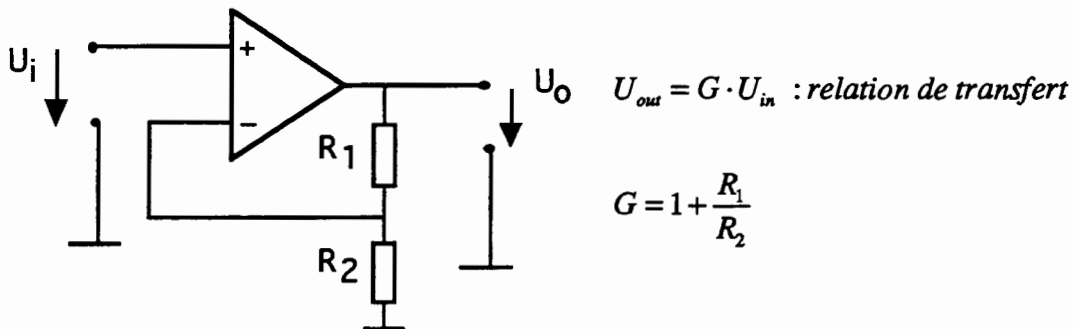
R : Gain de la chaîne de réaction

Vérifiez sur le schéma-bloc de l'asservissement précédent que la relation du gain du système en boucle fermée est correcte.

Quelle est la valeur de l'écart de régulation ?

5.4. Calcul de précision

Soit le montage:



$$U_{out} = G \cdot U_{in} : \text{relation de transfert}$$

$$G = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$

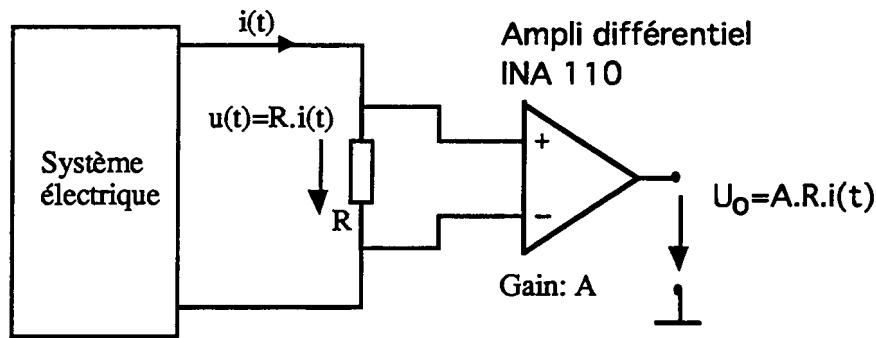
Supposez le gain propre de l'amplificateur opérationnel infini.

Quelle précision sur le gain du montage peut-on obtenir avec des tolérances de 10%, de 1% sur les résistances R1= 1 Kohm et R2= 5 Kohm?

Quelle erreur a-t-on commis si le gain de l'amplificateur, au lieu d'être infini, est de 10000 ?

5.5 : Montage à ampli différentiel

On propose la situation suivante:



Un système électrique voit dans l'une de ses branches un courant $i(t)$ que l'on souhaite mesurer. A cette fin, on place une résistance précise et de faible valeur aux bornes de laquelle on branche un amplificateur différentiel de précision, l'INA 110.

Estimez la tension de sortie de l'amplificateur dans les conditions suivantes:

$$R = 10 \Omega$$

$$i = 25 \text{ mA}$$

$$A = 10$$

Supposons un taux de réjection du mode commun de 100 dB. Quelle est l'influence sur la mesure du courant, d'un mode commun de 10V ?

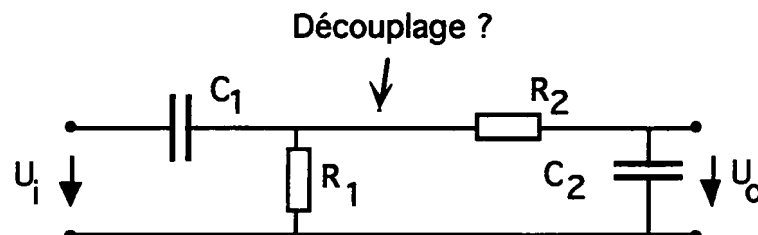
- Dans quels rapports doit-on choisir les précisions de gain et de résistance ?
- Étudiez la fiche technique de l'amplificateur INA 110 de Burr-Brown. Le montage est-il réaliste ?

5.6. Recherche dans fiche technique

Étudiez la fiche technique de l'amplificateur LF 351 et recherchez les valeurs spécifiées pour les douze paramètres des amplificateurs opérationnels réels.

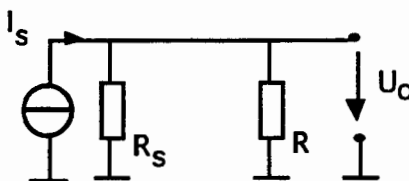
5.7. Utilité du suiveur de tension

Analysez le circuit suivant, avec et sans suiveur de tension:



5.8. Retour aux sources

Si on désirait réaliser une conversion courant-tension très simple, à l'aide d'une résistance de précision, quel serait le problème ?

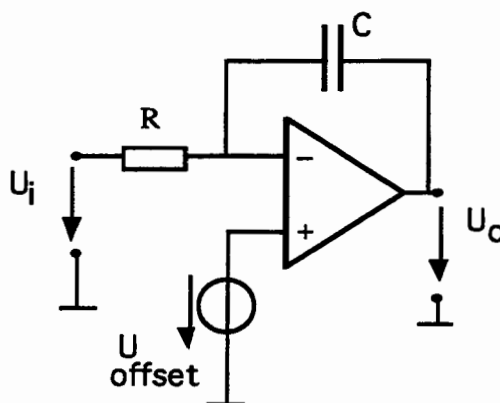


5.9. Problèmes d'offset avec l'intégrateur

Remarquez que la mise en oeuvre du montage intégrateur à AOP ne va pas de soi. Discutez l'effet de la tension de décalage (offset) propre à l'amplificateur, sur la sortie du montage.

Discutez le cas du circuit LF 351.

Schéma équivalent:



5.10. Compensation d'offset

Proposez un montage permettant de compenser un offset fixe de l'amplificateur opérationnel.

5.11. Travail de vérification des gains

Vérifiez les relations de transfert de tous ces montages à contre-réaction négative.

Exprimez les impédances d'entrée ou les courants d'entrée.

Leçon VIII: MONTAGES NON LINÉAIRES À AMPLI. OPÉRATIONNELS, COMPARATEURS

Les deux montages à amplificateurs opérationnels types, l'inverseur et le non-inverseur, présentent dans le cas linéaire des gains fort aisés à calculer, nous l'avons précédemment bien vu. Dans le cas non-linéaire, il n'y a pas a priori de méthode systématiquement valable. On présente deux exemples, utilisant une diode.

Nous avons déjà évoqué précédemment les systèmes asservis, où la première propriété de la réaction est d'être négative, soit en contre-phase du signal de commande. Il arrive que l'on désire explicitement une réaction positive, qui est source d'instabilité. Dans ce cas bien sûr le système considéré n'est plus asservi. Pour un amplificateur opérationnel, cette instabilité se traduit par de la saturation.

PLAN DE LA LEÇON VIII

1. Les montages non linéaires à amplificateurs opérationnels

- 1.1. Exemple: le redresseur simple alternance
- 1.2. Exemple: l'amplificateur logarithmique

2. Les AOP en réaction positive, les comparateurs

- 2.1. Le comparateur
- 2.2. Principe d'une comparaison, problème
- 2.3. Fiche technique d'un comparateur: le LM 311
- 2.4. Le comparateur non-inverseur (bascule de Schmitt)
- 2.5. Le comparateur inverseur (bascule de Schmitt)
- 2.6. Application typique: la bascule astable ou multivibrateur astable

3. Exercices

- 3.1. Étude de fiche technique
- 3.2. Seuils de déclenchements

1. LES MONTAGES NON LINÉAIRES À AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS

Les deux montages à amplificateurs opérationnels types, l'inverseur et le non-inverseur, présentent dans le cas linéaire des gains fort aisés à calculer, nous l'avons précédemment bien vu. Dans le cas non-linéaire, il n'y a pas a priori de méthode systématiquement valable.

1.1. Exemple: le redresseur simple alternance

Cet exemple classique de redresseur simple alternance utilise la notion de diode, qui sera vue de manière plus approfondie plus loin (second semestre). Symbole électronique:



Cet élément présente une caractéristique exponentielle:

Caractéristique de la diode:

$$I = I_s \cdot \left(e^{\frac{U}{n \cdot U_T}} - 1 \right) \quad (A)$$

I : Courant de la diode (A)

I_s : Courant inverse de saturation (A)

U : tension aux bornes de la diode (V)

U_T : tension thermodynamique (V)

n : coefficient d'émission (≈ 1)

Elle peut aussi être modélisée de la manière suivante: en sens direct: source et résistance, en sens inverse: le courant ne passe pas, caractéristique plate.

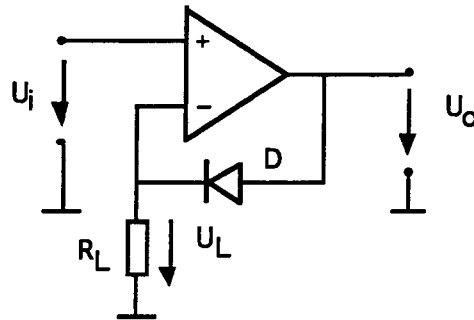
Caractéristique directe:



Caractéristique inverse:

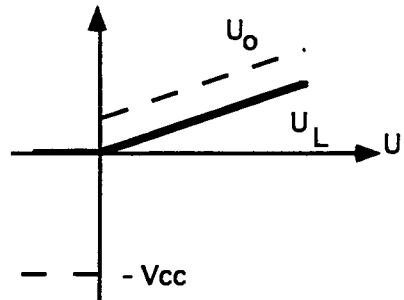


Revenons au montage à amplificateur opérationnel:



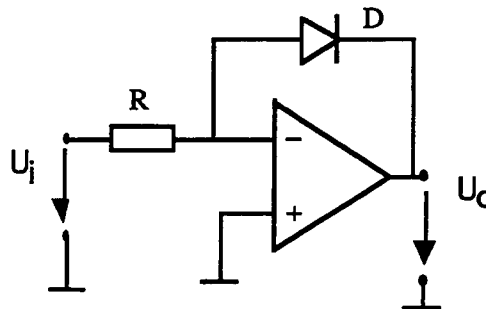
* pour des tensions positives, les deux entrées se placent au même potentiel conformément au principe de contre-réaction (hypothèse de stabilité). Dans ce cas, la sortie suit l'entrée avec un supplément de tension correspondant au seuil de la diode.

* pour de tensions négatives, l'ampli cherche à rétablir l'équilibre à ses entrées, mais n'y parvient pas car la diode bloque. La sortie sature donc à son niveau le plus bas.



1.2. Exemple: l'amplificateur logarithmique

Cette conversion linéaire-logarithmique est obtenue grâce à l'utilisation de la caractéristique exponentielle de la diode:



On obtient la relation suivante:

$$U_o = -nV_T \cdot \ln\left(\frac{U_i}{RI_s}\right)$$

2. LES AOP EN RÉACTION POSITIVE, LES COMPARATEURS

Nous avons déjà évoqué précédemment les systèmes asservis, où la première propriété de la réaction est d'être négative, soit en contre-phase du signal de commande. Il arrive que l'on désire explicitement une réaction positive, qui est source d'instabilité. Dans ce cas bien sûr le système considéré n'est plus asservi. Pour un amplificateur opérationnel, cette instabilité se traduit par de la saturation.

2.1. Le comparateur

Le cas typique d'utilisation correspond à la situation où l'on ne veut qu'une information:

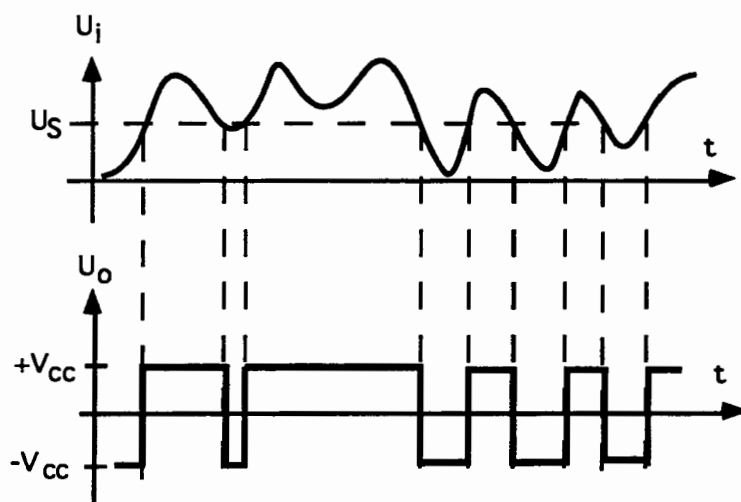
" des deux tensions aux entrées du circuit, laquelle est la plus grande ? "

On n'a pas besoin de contre-réaction, vu le fort gain de l'AOP: la sortie va toute seule saturer vers la tension de sortie maximale ou minimale selon le cas.

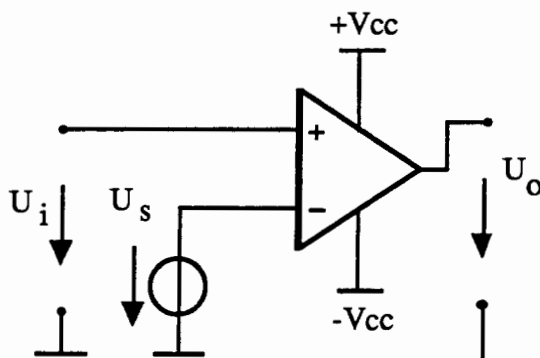
De plus, cette saturation a une autre conséquence: on n'a pas vraiment besoin d'un amplificateur opérationnel, les fabricants proposent des comparateurs, qui suffisent. Ces derniers sont en quelque sorte des amplificateurs opérationnels à gain peu soigné.

2.2. Principe d'une comparaison, problème

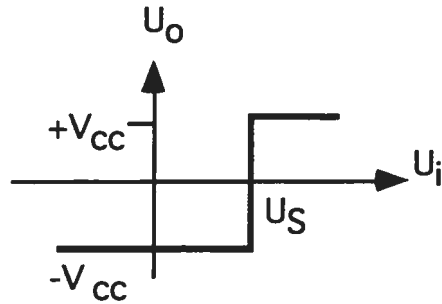
Soit un signal $U_i(t)$ évoluant dans le temps, que l'on désire comparer à une tension de référence U_S :



On a pour un montage de base:



Caractéristique de transfert:

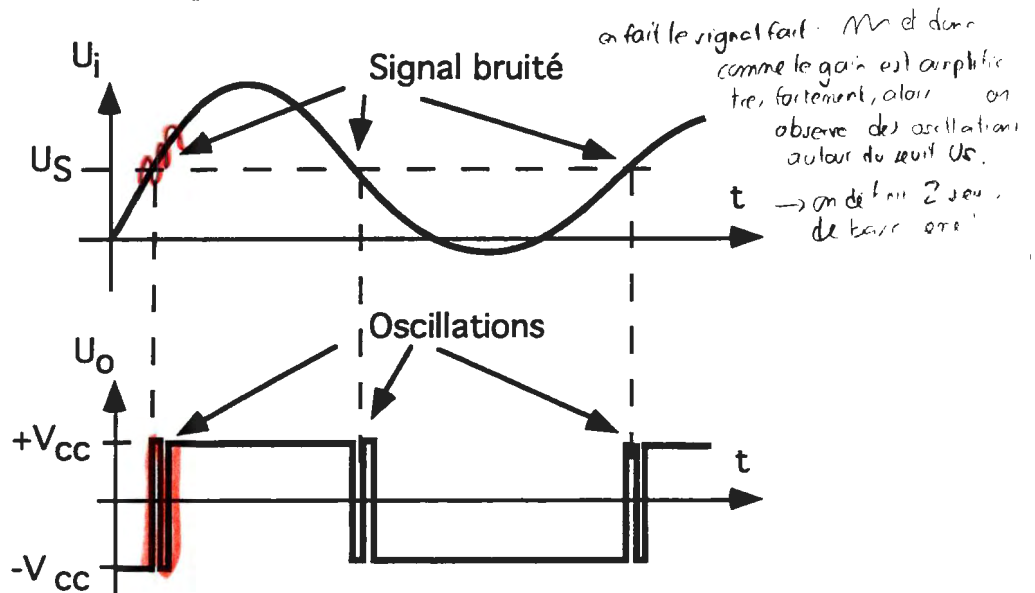


* L'absence de réaction permet à l'amplificateur de saturer, ce qui est exactement ce qu'on désire.

* Remarquons encore que si le signal est périodique, on a extrait l'information concernant sa fréquence, au détriment de celle de son amplitude.

Problème posé par ce montage

En fait, le signal d'entrée du comparateur est toujours entaché de bruit et si on n'en tient pas compte dans un montage plus sophistiqué, on aboutit au résultat suivant:



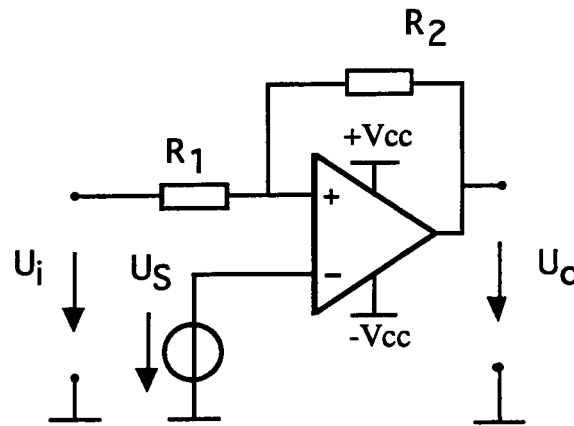
Le circuit manque d'immunité au bruit, et cela cause un résultat qui réduit la qualité de l'information de fréquence contenue dans le signal de sortie.

2.3. Fiche technique d'un comparateur: le LM 311

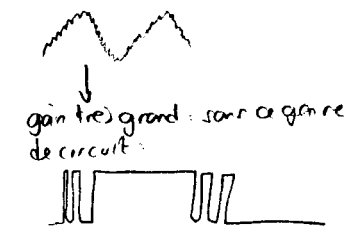
EXO 3.1. ÉTUDE DE FICHE TECHNIQUE

2.4. Le comparateur non-inverseur (bascule de Schmitt)

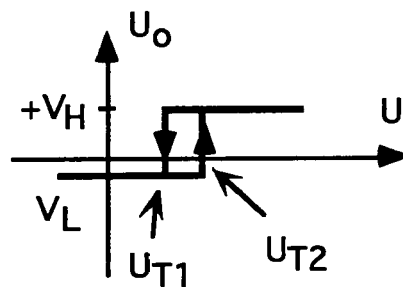
Montage de base:



permet d'éviter les imperfections du signal:



Caractéristique de transfert:



On a les relations suivantes, pour les deux seuils:

Seuil inférieur:

$$U_{T1} = U_{ref} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} - U_H \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Seuil supérieur:

$$U_{T2} = U_{ref} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2} - U_L \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

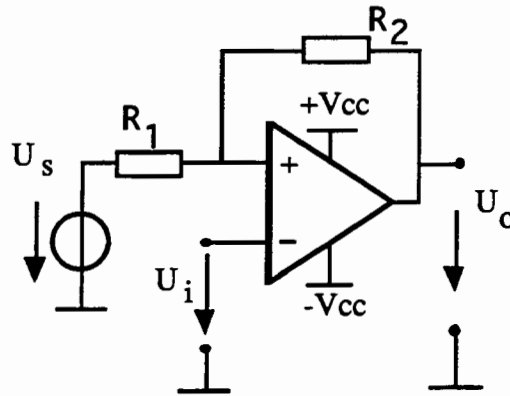
Hystérèse:

$$\Delta U_T = (U_H - U_L) \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

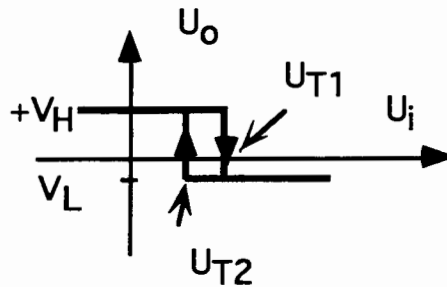
On obtient ces résultats en cherchant le seuil de basculement de l'ampli ($U_+ = U_s$) dans les deux cas suivants: sortie haute et sortie basse.

2.5. Le comparateur inverseur (bascule de Schmitt)

Montage de base:



Caractéristique de transfert:



On a les relations suivantes, pour les deux seuils:

Seuil inférieur:

$$U_{T2} = U_{ref} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_L \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Seuil supérieur:

$$U_{T1} = U_{ref} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + U_H \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Hystérèse:

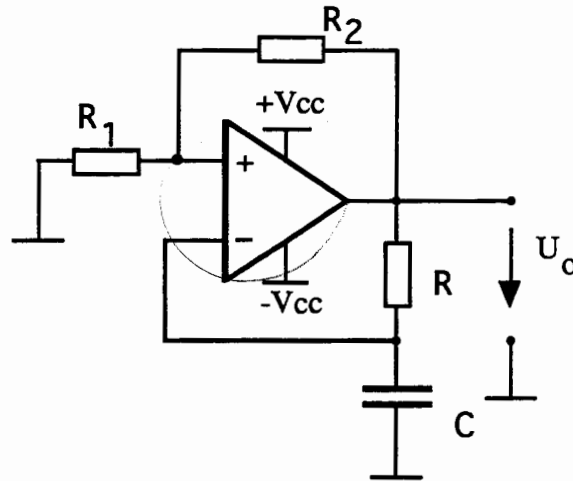
$$\Delta U_T = (U_H - U_L) \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

De même que pour le comparateur non-inverseur, on obtient ces résultats en cherchant le seuil de basculement de l'ampli ($U_i = U_+$) dans les deux cas suivants: sortie haute et sortie basse.

EXO 3.2. SEUILS DE DÉCLENCHEMENTS (on définit plusieurs seuils de décl. pour éviter les effets du bruit)

2.6. Application typique: la bascule astable ou multivibrateur astable

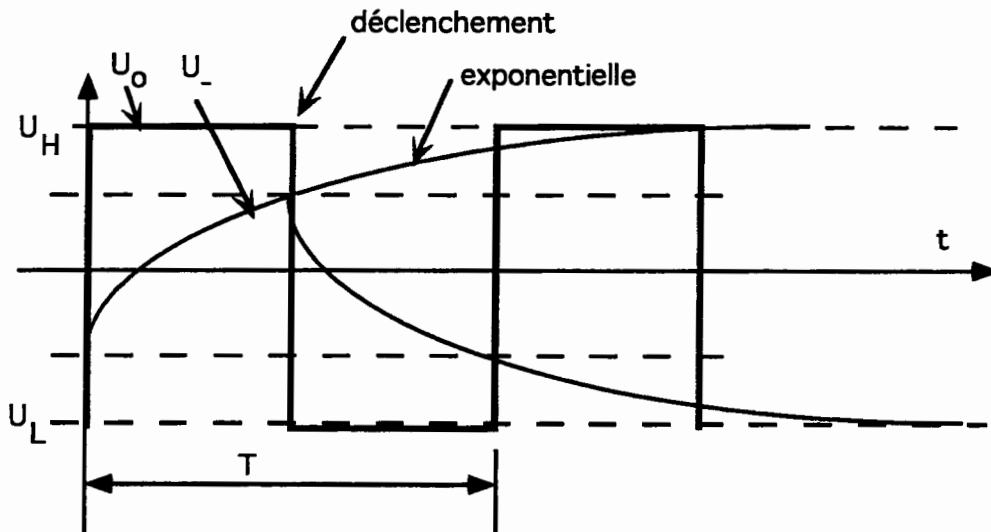
Le montage de base de cet oscillateur est le suivant:



On démontre que la période d'oscillation de ce montage est donnée par:

$$T = 2RC \cdot \ln\left(1 + 2\frac{R_1}{R_2}\right) \quad (s)$$

Le montage des résistances R1 et R2 constitue une réaction positive d'où provient le trigger en montage inverseur. Ici on implante de plus une seconde réaction: le retour de la sortie sur l'entrée par un circuit RC ayant la propriété de retarder le basculement du comparateur, et donc de créer un oscillateur:



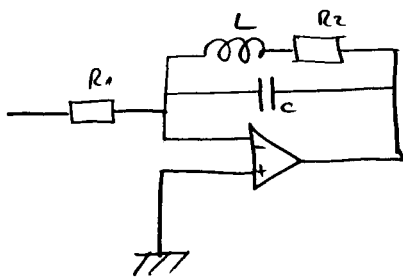
3. EXERCICES

3.1. Étude de fiche technique

Étudiez la fiche technique du comparateur LM 311. Donnée en fin de brochure.

3.2. Seuils de déclenchements

Vérifiez les expressions des tensions de déclenchement des deux montages de trigger.



- Type de montage? → INVERSEUR
- Gain?

$$\text{inductances: } U = L \cdot \dot{I}$$

$$\text{capacités: } I = C \cdot \dot{u} = \frac{1}{C} \cdot \int I dt = u$$

impédances équivalentes:

$$\tilde{Z} = Z_L + R_2 = j\omega \cdot L + R_2$$

et:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega \cdot C}$$

Ainsi:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{\tilde{Z}} = j\omega \cdot C + \frac{1}{j\omega \cdot L + R_2}$$

$$= \frac{j\omega \cdot C (j\omega \cdot L + R_2) + 1}{j\omega \cdot L + R_2}$$

$$\Rightarrow Z_{eq} = \frac{j\omega \cdot L + R_2}{1 + j^2 \omega^2 \cdot C \cdot L + j\omega \cdot C \cdot R_2}$$

$$Z_{eq} = \frac{j\omega \cdot L + R_2}{1 - \omega^2 \cdot C \cdot L + j\omega \cdot C \cdot R_2}$$

$$\text{Gain: } \frac{U_o}{U_i} = G$$

entrée \ominus \Rightarrow signe négatif (gain négatif)

le gain pour ce type de bestioles \triangleright est défini par:

$$G = \frac{Z_{eq}}{R_1}$$

On pose la transformation de Laplace: $p = j\omega$

$$G(p) = \frac{U_o(p)}{U_i(p)} = \frac{1}{R_1} \cdot \left(\frac{p \cdot L + R_2}{1 - \omega^2 \cdot C \cdot L + p \cdot C \cdot R_2} \right)$$

Pour trouver la solution, on pose

$$U_o(p) = U_i(p) \cdot \frac{1}{R_1} \left(\frac{p \cdot L + R_2}{1 - \omega^2 \cdot C \cdot L + p \cdot C \cdot R_2} \right)$$

Si on demande le gain, alors on doit sous-entendre que $|G|$:

$$|G| = \frac{1}{R_1} \left| \frac{(j\omega \cdot L + R_2) (1 - \omega^2 \cdot C \cdot L - j\omega \cdot C \cdot R_2)}{(1 - \omega^2 \cdot C \cdot L)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R_2^2} \right|$$

$$= \frac{1}{R_1} \left| \frac{R_2 - \omega^2 \cdot R_2 \cdot C \cdot L - j \cdot (\omega \cdot C \cdot R_2^2 \cdot \omega \cdot L + \omega^3 \cdot C \cdot L^2)}{(1 - \omega^2 \cdot C \cdot L)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R_2^2} \right|$$

$$= \frac{1}{R_1} \cdot \sqrt{\frac{(R_2 - \omega^2 \cdot R_2 \cdot C \cdot L)^2}{((1 - \omega^2 \cdot C \cdot L)^2 + \omega^2 \cdot C^2 \cdot R_2^2)^2} + \frac{(\omega \cdot C \cdot R_2^2 \cdot \omega \cdot L + \omega^3 \cdot C \cdot L^2)^2}{idem}}$$

Fonction de transfert :

$$|G(\omega=0)| = \frac{1}{R_1} \cdot \sqrt{\frac{R_2^2}{1} + 1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \log\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \Rightarrow \text{depend de } R_2 \text{ et } R_1.$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} = 0$$

$$\Rightarrow \log(G) = -\infty$$

TRAVAUX PRATIQUES DE LABORATOIRE

Les dates prévues pour ces travaux pratiques de laboratoire sont communiquées avec le programme du semestre. Ces manipulations correspondent à la période allant de la rentrée à Noël, la période allant de Noël à la fin du semestre étant consacrée à des projets d'électronique.

Nous prions les étudiants de noter leur numéro de groupe (1 ou 2), afin que les salles et les assistants aient une disponibilité suffisante.

PLAN DES NOTICES

TP1: ÉLECTROTECHNIQUE -I

- 1.1. Oscilloscope et générateur de fonctions
- 1.2. Décibel-mètre (dB-mètre)
- 1.3. La source de tension continue
- 1.4. Théorème de Thévenin

TP2: ÉLECTROTECHNIQUE -II

- 2.1. Multimètres
- 2.2. Fréquence-mètre (Philips PM 2519)
- 2.3. Application : mesure d'un circuit RC

TP3: CIRCUITS RC

- 3.1. Cellule RC
- 3.2. Filtre RC passif passe-bande

TP4 - AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS - I

- 4.0. Introduction: l'amplificateur en boucle ouverte
- 4.1. L'amplificateur non inverseur
- 4.2. L'amplificateur inverseur
- 4.3. L'intégrateur
- 4.4. Le sommateur
- 4.5. Redresseur sans seuil

TP1: ÉLECTROTECHNIQUE -I

1.1. Oscilloscope et générateur de fonctions

1.1.1. Générateur de fonctions

Sur le générateur de fonctions vous utiliserez principalement les fonctions suivantes :

- réglage de la fréquence (vernier et sélecteur de gamme)
- réglage de l'amplitude de la composante alternative du signal.
- réglage de la valeur de la composante continue du signal (DC offset)
- sélection de la forme d'onde (sinus, triangle, carrée)

- Mettez le générateur en marche avec les valeurs suivantes :

fréquence	:	1 KHz
amplitude	:	position médiane du potentiomètre
DC offset	:	position médiane du potentiomètre
forme d'onde	:	sinus

- Ne modifiez plus ces réglages pour la suite de l'opération

1.1.2. Visionnement sur l'oscilloscope

- Branchez la sortie du générateur à l'une des 2 entrées de l'oscilloscope (canal X ou Y)

Amplificateur vertical

- Mettez l'oscilloscope en fonction et le sélecteur de l'entrée choisie sur la position GND. Grâce à la commande "position" de cette même entrée, centrez la ligne du spot sur l'écran. La position de cette ligne correspond à la valeur 0 Volt (entrée court-circuitée).

- Placez ensuite le sélecteur d'entrée en position DC et observez l'effet des commandes suivantes :

- gain de l'amplificateur d'entrée (amplificateur vertical). Vous devez voir le signal sinus.

- modifiez la valeur de la composante continue du signal en agissant sur le générateur (DC offset) et observer.

- Faites le même essai lorsque le sélecteur d'entrée est sur la position AC. Concluez.

Balayage horizontal

- Essayez les commandes suivantes:

commande de la vitesse de balayage (échelle des temps)

position (abscisse d'origine)

Synchronisation

- Essayez les commandes suivantes:

source de la synchronisation (interne, externe ...)

niveau (trigger level)

Potentiomètres de calibration

ATTENTION ! ces potentiomètres sont normalement toujours positionnés en bout de course, à gauche ou à droite suivant le type d'oscilloscope (position "CAL."). Dans le cas contraire, l'échelle du sélecteur de gain correspondant (en Volts/cm ou seconde/cm) est *décalibrée*, c'est-à-dire fautive (cette possibilité peut être utile, par exemple, pour comparer la forme de deux courbes d'amplitudes différentes).

1.1.3. Commandes du générateur

- Votre générateur étant branché à l'une des entrées de l'oscilloscope, observez l'effet des commandes :

Fréquence (décade + vernier)

Forme

Amplitude

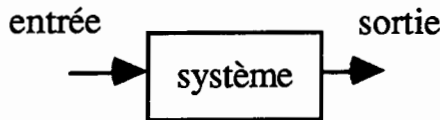
Atténuation

Composante continue (DC offset; déjà vu)

1.2. Décibel-mètre (dB-mètre)

1.2.1. Rappel (voir Leçon III)

Le gain en général est défini comme le rapport de la grandeur de sortie sur celle d'entrée:



$$\text{Gain} = \frac{\text{grandeur de sortie}}{\text{grandeur d'entrée}}$$

En électronique, on a la situation suivante:

Gain en décibel:

$$\text{Gain (dB)} = 20 \cdot \text{Log} \left(\frac{U_{out}}{U_{in}} \right) : \text{Gain en tension}$$

$$U_{in}: \text{tension d'entrée} \quad (\text{V})$$

$$U_{out}: \text{tension de sortie} \quad (\text{V})$$

Lorsque l'on désire exprimer un signal en décibels, il faut se fixer une référence. Le multimètre Philips PM 2519 permet la mesure de tensions soit en volt, soit en décibel. La tension de référence est soit interne (0,775 V) soit fixée par l'utilisateur (possibilité de calibrage du 0 dB). La référence interne, utilisée principalement en téléphonie, correspond à la chute de tension aux bornes d'une résistance de 600 Ω dissipant 1 mW.

1.2.2. Mesure d'atténuation

- L'appareil étant en mode "décibel-mètre" (bouton dB/V), placez à son entrée un signal sinusoïdal d'amplitude crête à crête 1 V et *sélectionnez ce niveau comme référence* (bouton ZÉRO SET ON/OFF). Le multimètre mesure par la suite les tensions qui lui sont appliquées directement en dB par rapport à cette valeur.

- Calculez et mesurez la valeur affichée (en dB) pour :

un signal d'amplitude crête à crête de 0,5 V (moitié de la référence)

un signal d'amplitude crête à crête de 10 V (10 fois la référence).

- Vérifiez la justesse de vos prévisions.

$$\begin{array}{l} U_{in} = 1\text{V} \quad , \quad \text{dB} = 0 \\ U_{in} = 0,5\text{V} \quad , \quad \text{dB} = -2 \quad \Rightarrow \quad 20 \cdot \log \left(\frac{0,5}{1} \right) = -6\text{V} \quad \text{i)} \\ U_{in} = 10\text{V} \quad , \quad \text{dB} = 9,4 \quad \Rightarrow \quad 20 \cdot \log (10) = 20\text{V} \quad \text{ii)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{New: i) } 6,2\text{V} \\ \text{ii) } 21,9\text{V} \end{array}$$

1.3. La source de tension continue

1.3.1. Source flottante

On dispose d'une source flottante, c'est à dire que la tension se mesure entre les noeuds + et - (et non pas GND ou masse). Il est possible de choisir comme référence de tension (masse) du circuit n'importe lequel des deux noeuds + ou - de l'alimentation.

1.3.2. Mesure

- Mesurez la plage de réglage de la tension à vide.

Limitation de courant

Le potentiomètre de réglage du courant de court-circuit permet de limiter à une valeur fixée à l'avance le courant maximal que débitera la source de tension. Ce réglage permet de protéger le circuit connecté aux bornes contre un courant susceptible de le détruire en cas de mauvais fonctionnement.

1.3.4. Réglage de la tension et du courant maximum

- Réglez la tension à vide $U_0 = 5 \text{ V}$ et le courant de court-circuit à $I_0 = 10 \text{ mA}$.

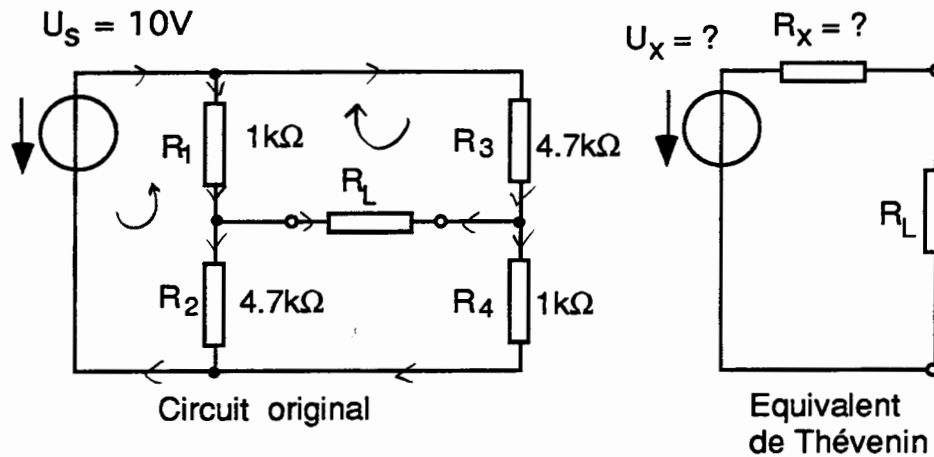
Pour ce dernier point, on place le potentiomètre de réglage du courant au minimum. On court-circuite la sortie de la source à l'aide d'un ampèremètre et on règle à 10 mA (à l'aide du même potentiomètre) le courant circulant dans l'ampèremètre.

- Représentez graphiquement la situation courant-tension

1.4. Théorème de Thévenin

1.4.1. Calcul du circuit équivalent

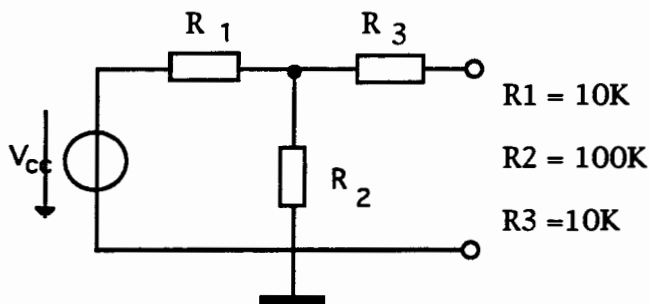
- Dans le circuit ci-dessous, rechercher le circuit équivalent de Thévenin du dipôle vu par la résistance R_L (établir les valeurs analytiques et numériques de la source de tension et de la résistance série)



1.4.2. Vérification expérimentale

- Réaliser le montage du circuit original.
- Mesurer la tension aux bornes du dipôle (i.e.. aux bornes de R_L) pour deux valeurs différentes de R_L , qu'il faut choisir judicieusement.
- En déduire ensuite par calcul la valeur de la source et de la résistance série du circuit équivalent de Thévenin.
- Comparer aux résultats calculés.

1.4.3. Calcul du circuit équivalent



- Appliquez le théorème de Thévenin pour trouver la résistance équivalente.
- Déterminez la caractéristique de sortie U/I

1.4.4. Vérification expérimentale

- Vérifiez la caractéristique en utilisant une charge variable.

TP2: ÉLECTROTECHNIQUE -II

2.1. Multimètres

Une mesure rudimentaire de signaux alternatif consiste à mesurer la valeur moyenne d'un signal correspondant au signal d'entrée alternatif redressé (donc avec suppression de la composante continue) puis filtré. Si ce genre de multimètre fonctionne de la sorte, ils sont encore calibrés pour afficher la valeur efficace équivalente du signal, d'entrée. En supposant le signal de forme sinusoïdale uniquement, il est aisé de déduire le facteur par lequel il faut multiplier la mesure pour obtenir l'affichage. Cette technique est donc valable pour des signaux sinusoïdaux, ou périodiques de forme connue.

2.1.1. Rappels sur la mesure de signaux alternatifs

- La valeur efficace d'un signal quelconque (courant ou tension comme ci-dessous) est égale à:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t) \cdot dt}$$

$$U_{moy} = \frac{1}{T} \int_x^{x+T} u(t) dt$$

- La valeur efficace d'un signal alternatif sinusoïdal pur $U \cdot \sin(\omega \cdot t)$ est égale à:

$$U_{eff} = \frac{U}{\sqrt{2}} = 0.707 \cdot U = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot U$$

principe de mesure:

Il arrive que l'instrument soit sensible à la valeur moyenne du signal redressé U_m . (celle-ci vaut $U_m = 0,637 \cdot U$ pour un sinus)

En mode alternatif, il indiquera une valeur :

$$U_{affiché} = F \cdot U_m \quad (= U_{eff} \text{ si signal sinusoïdal})$$

$$U_A = \frac{U_{eff}}{U_m} \cdot U_m = U_{eff}$$

1,11

où F est un facteur de forme valant $U_{eff}/U_m = 1,11$ (valable pour les signaux sinusoïdaux). Ce type d'appareil donne donc une mesure non définie pour des signaux non sinusoïdaux.

Les instruments avec l'indication "RMS" ou "true RMS" (Root Mean Square) donnent la véritable valeur efficace d'un signal alternatif de forme quelconque (selon *). Il peuvent ou non tenir compte dans ce calcul de la composante continue du signal (mode AC out AC+DC).

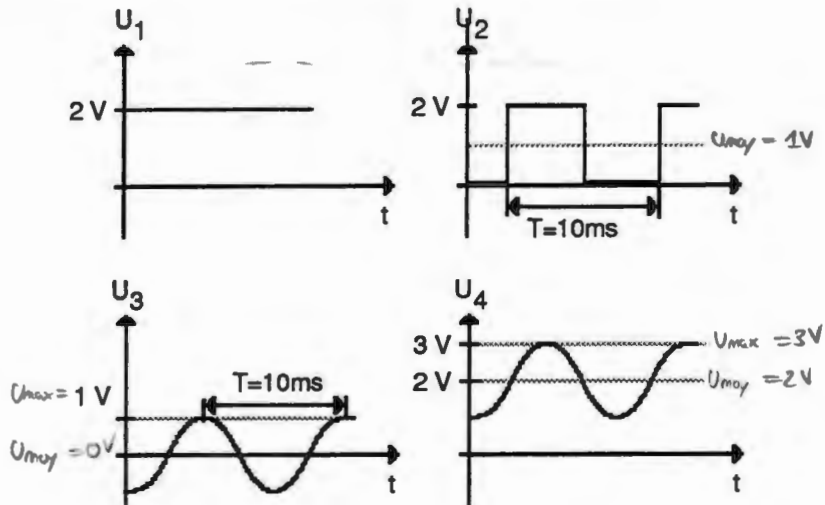
Conclusion provisoire:

Pour mesurer un signal alternatif, au mieux il suffit de lire l'affichage du multimètre, au pire il faut connaître la forme du signal et les étapes de la mesure effectuées par le multimètre.

DC : continu
AC : alternatif

2.1.2. Caractéristiques de signaux alternatifs

On considère les quatre signaux suivant:



On considère par ailleurs quatre mesures différentes:

UNIGOR, mode DC: ^(AC) redressement du signal, filtrage, puis affichage avec coefficient d'adaptation pour des signaux sinusoïdaux.

BBC M2030, mode AC: coupe la composante sinusoïdale (mode AC), puis redresse, filtre et affiche la tension pour des signaux sinusoïdaux.

PHILIPS PM 2519, mode AC: ^{DC} coupe la composante sinusoïdale, puis affiche la valeur efficace du signal, pas forcément sinusoïdal. ^{redresse}

- Représentez la situation de mesure de ces trois instruments.
- Relevez expérimentalement le résultat de chaque mesure dans les conditions spécifiées.
- Calculez les valeurs que devraient afficher les multimètres, selon leur mode de mesure.
- Remplissez le tableau ci-dessous:

Instrument	gamme de mesure	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	
UNIGOR	10V DC	2V	1V	0	2V	théorie
		1,92	1,05V	0V	2V	mesure
BBC M2030	20 V AC	2V	1V	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	théorie
		1,94V	1,06V	0,66V	0,68V	mesure
Philips PM2519	RMS mode AC	2V	1V	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	théorie
		2,05V	1,54V	0,72V	0,65V	mesure

redresse, donc \neq comp. négative

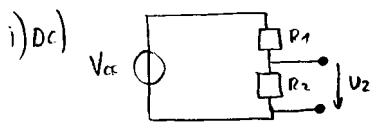
2.2. Fréquencemètre (Philips PM 2519)

Le multimètre automatique PM 2519 permet la mesure de fréquence

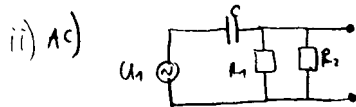
- Prévoyez la fréquence du signal U_3 vu sous 2.1. $T = \frac{1}{D} \Rightarrow \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{10ms} = 10^{-1} Hz \cdot 1000$
- Connectez ce signal entre les bornes 0V et V- Ω -mA et passez en mode fréquence. = 100Hz
- Comparez les indications du générateur, de l'oscilloscope et du fréquencemètre.

p. 182

	ν
générateur	$\sim 110 Hz$
oscilloscope	99 Hz
fréquencemètre	100 Hz
théorie	100 Hz



$$\rightarrow U_{eq} = V_{cc} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



$$\rightarrow \tilde{U} = U_1 \cdot \frac{R_2}{R_3 + R_2}$$

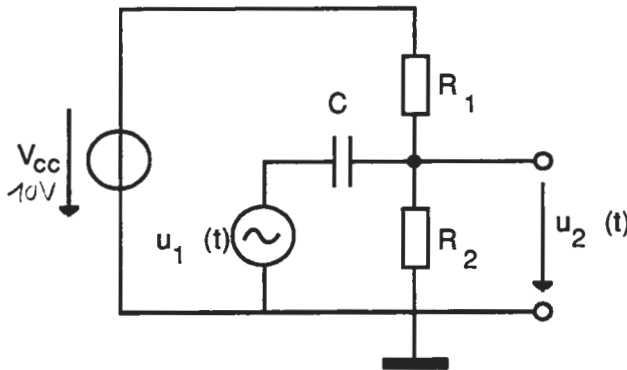
$$\tilde{R} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}$$

encore ne fait :

$$\tilde{U}_{eq} = \tilde{U} \cdot \frac{R_2}{\tilde{R} + R_2} = U_1 \cdot \frac{R_1}{R_2 + R_1} \cdot \frac{R_2}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_2}$$

2.3. Application : mesure d'un circuit RC

2.3.1. Schéma du montage



$$V_{CC} = 10 \text{ V}$$

$$u_1 = U_1 \sin(\Omega t)$$

$$R_1 = 22 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 15 \text{ k}\Omega$$

$$C = 1,8 \text{ nF}$$

2.3.2. Calcul du circuit

- Appliquez le théorème de superposition pour prévoir l'allure de $u_2(t)$ (approche qualitative) *id est additionner la partie continue DC avec AC*
- Calculez la composante continue de $u_2(t)$ en remplaçant le générateur u_1 par un court-circuit et la capacité par un circuit ouvert.
- Calculez la composante sinusoïdale de $u_2(t)$ en remplaçant la source de tension continue par un court-circuit. Utilisez pour cela les notions d'impédance complexe. Établissez les expressions du gain $A = \frac{U_2}{U_1}$ et du déphasage φ entre les signaux en fonction de la fréquence.
- Calculez A et φ à une fréquence $f = 1\text{kHz}$ puis 100kHz .
- Calculez la pulsation de coupure ω_c pour laquelle $A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (ou $A = -3\text{ dB}$). Calculez φ à cette pulsation.
- Esquissez l'allure du gain et de la phase en fonction de la fréquence. Le faire éventuellement expérimentalement.

us

2.3.3. Vérification expérimentale

- Ajustez V_{CC} et le générateur de tension u_1 avant de les connecter au reste du circuit.
- Visualisez sur l'oscilloscope les signaux u_1 et u_2 pour $f=1\text{KHz}$ et 100KHz , puis reportez-les sur papier millimétré. Relevez la valeur des composantes continue et alternative du signal $u_2(t)$.

2.3.4. Figure de lissajoux

- Raccordez $u_1(t)$ à l'entrée X et $u_2(t)$ à l'entrée Y de l'oscilloscope.
- Passez en mode X-Y et expliquez la figure de Lissajoux ainsi formée. Que déduit-on, et sous quelles conditions ?
- Expliquez l'évolution de cette figure en fonction de la fréquence.

2.3.5 Réponse du circuit à un signal carré

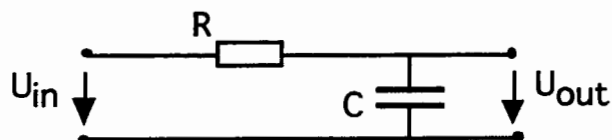
- Réglez le générateur pour que $u_1(t)$ soit un signal carré de 1 V d'amplitude.
- Observez $u_2(t)$ à l'oscilloscope et esquissez ce signal pour quelques fréquences conduisant à des situation différentes.
- Expliquez qualitativement l'allure de $u_2(t)$ pour chaque cas.

TP3: CIRCUITS RC

3.1. Cellule RC

3.1.1. Schéma de base

On a, pour la cellule RC de base:



3.1.2. Réponse harmonique

- ✓ - La capacité se comporte comme un court-circuit en haute fréquence, comme un circuit ouvert en basse fréquence. Ce circuit est-il "passe-haut" ou "passe-bas" ?
- ✓ - A l'aide des impédances complexes, tracez les diagrammes de Bode de ce circuit (gain déphasage).
 $Z_C = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C}$
- ? - Vérifiez expérimentalement en effectuant une analyse harmonique.

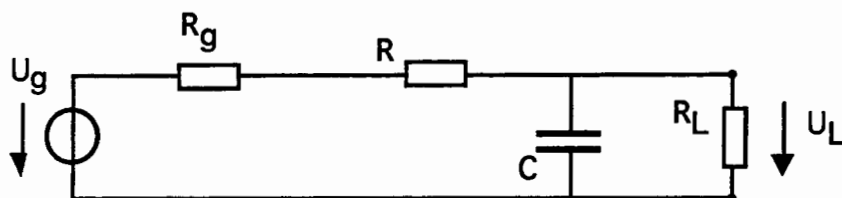
? = Bode + déphasage.

3.1.3. Réponse indicielle

- ✓ - A l'aide de la transformation de Laplace, calculez et représentez sa réponse indicielle. (p. ex. un C-rup)
- ✓ - Vérifiez expérimentalement la réponse du circuit à un échelon unité:
 $U_{in}(t)$: signal carré, amplitude 1V, fréquence 100 Hz; $R = 10 \text{ K}$; $C = 100 \text{ nF}$

3.1.4. Cellule RC dans un circuit

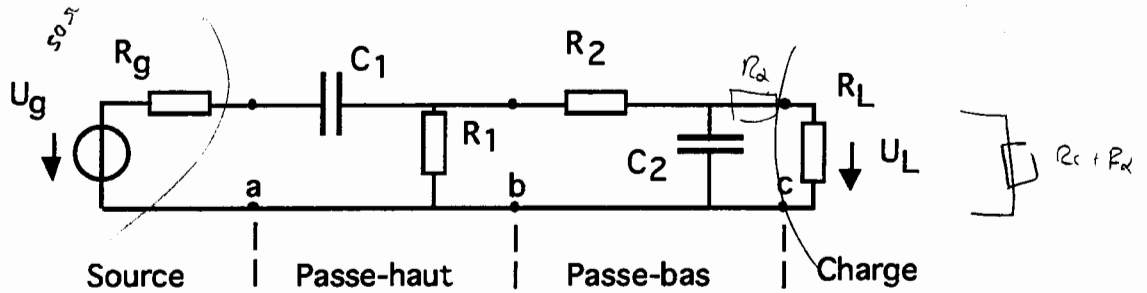
En prenant en compte certaines caractéristiques de la source et de la charge du quadripôle pour le test de ce montage, on obtient le schéma suivant:



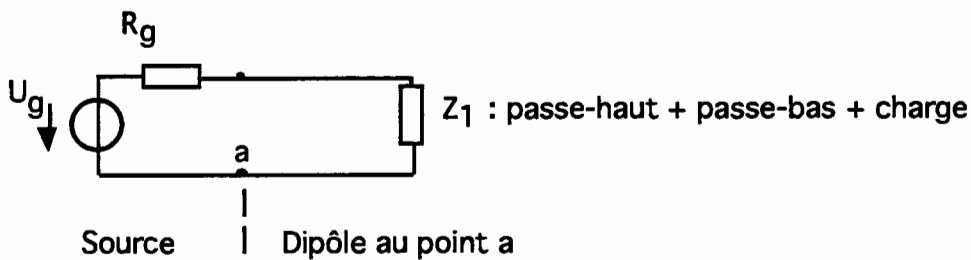
- ✓ - Donnez les gains à hautes et basses fréquences. Quelles fréquences ce circuit laisse-t-il passer ?
- ✓ - Calculez et tracez les diagrammes de Bode correspondant à ce montage.
- ✓ - Calculez, à l'aide de Laplace, la réponse indicielle de ce montage, représentez-la
- ✓ - Sous quelles conditions de source et de charge peut-on considérer cette cellule comme indépendante de son environnement, soit se ramener à la cellule vue sous 3.1.1 ?

3.2. Filtre RC passif passe-bande

On peut créer un filtre passe-bande très rudimentaire en cascade de cellules RC passe-bas et passe-haut de la sorte:



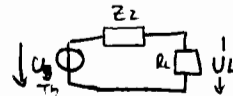
On peut par exemple appliquer le théorème de Thévenin au point a; on obtient le schéma équivalent suivant:



A ce point a, on voit que la présence de la résistance de source R_g participe d'un diviseur de tension responsable d'une chute de tension supplémentaire. Il en va de même au point c pour la présence d'une résistance de charge. Au point c, on voit qu'il y a une impédance de source non négligeable a priori, et une impédance de charge non négligeable a priori.

- Représentez la situation au point c et commentez.

? ça donne la même chose?



diminue la tension

3.2.1. Calculs

Supposons que les résistance de charge et de source soient négligeables. Par exemple pour la source:

$$R_g \ll |Z_1|_{\text{minimum selon fréquence}}$$

- Exprimez la condition symétrique pour la charge.

$$R_g = 0, R_l = \infty$$

↳ ?

- Exprimez $|Z_1|_{\text{minimum selon fréquence}}$ et cette condition de découplage, en raisonnant qualitativement sur les fréquences.

↳ ? bon relation entre les filtres.

- Effectuez le même travail pour le point c, pour obtenir la condition sur la résistance de charge.

- Supposez une situation simplifiée, avec : $R_g = 0$ et $R_l = \infty$ puis effectuez l'analyse au point b.

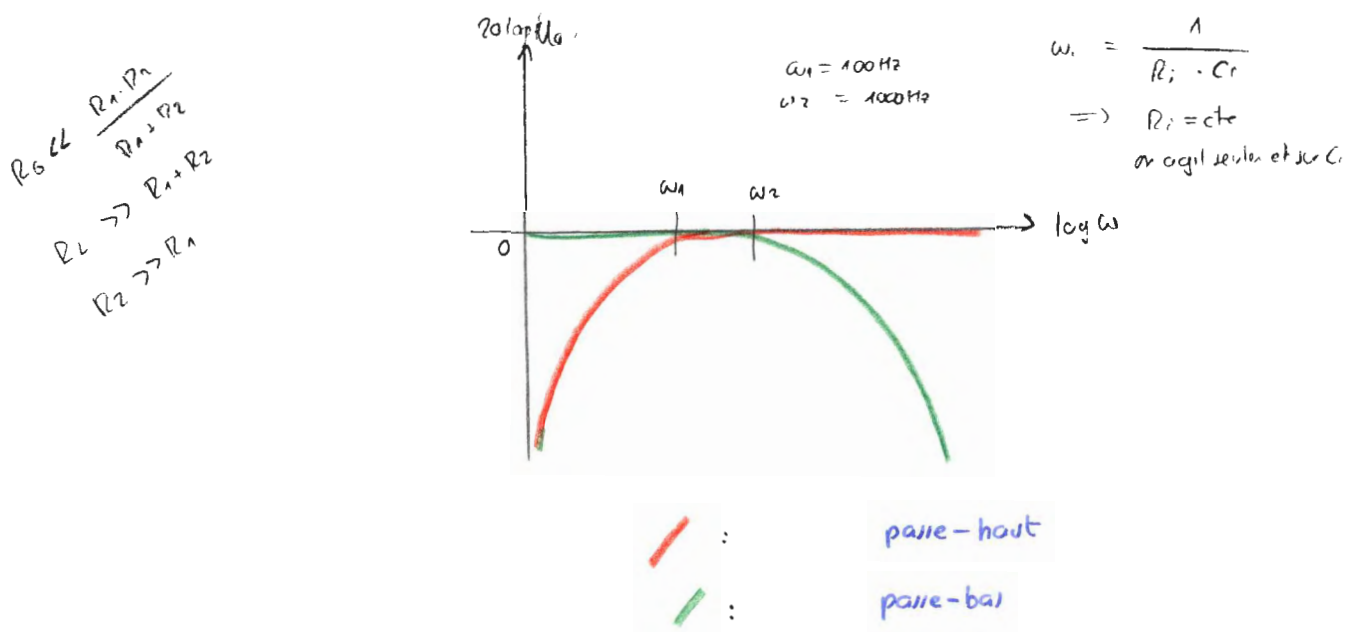
3.2.3. Dimensionnement du filtre

On impose une fréquence du passe-haut: 100Hz et une fréquence du passe-bas: 5 KHz

- Dimensionnez le filtre pour assurer un bon découplage entre les cellules, ainsi que par rapport aux impédances de source et de charge. Choisissez des valeurs de résistances et de capacités qui vous semblent appropriées. Indication: cherchez une condition : $R_1 \ll R_2$

3.2.4. Vérification

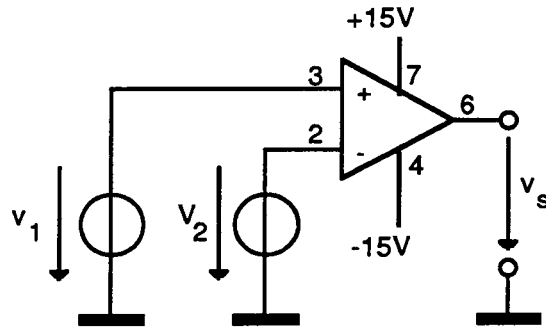
- Montez, vérifiez en effectuant une analyse harmonique. Discutez vos résultats.



TP4 - AMPLIFICATEURS OPÉRATIONNELS - I

4.0. Introduction: l'amplificateur en boucle ouverte

✓ - Schéma:



AO : 741

✓ - Réalisez les tensions d'entrée suivantes:

- tension v_1 : signal triangulaire d'amplitude 1 V et de période 10 ms.
- tension v_2 : signal continu réglable, positif et négatif.

Ce signal doit rester inférieur aux tensions d'alimentation de l'amplificateur.

✓ - Réponse du montage

- (- Faites varier la tension v_2 ; observez et esquissez sur un même diagramme l'allure des tensions $v_1(t)$ et $v_s(t)$ pour différentes valeurs de v_2 .
(suiveur de tension)

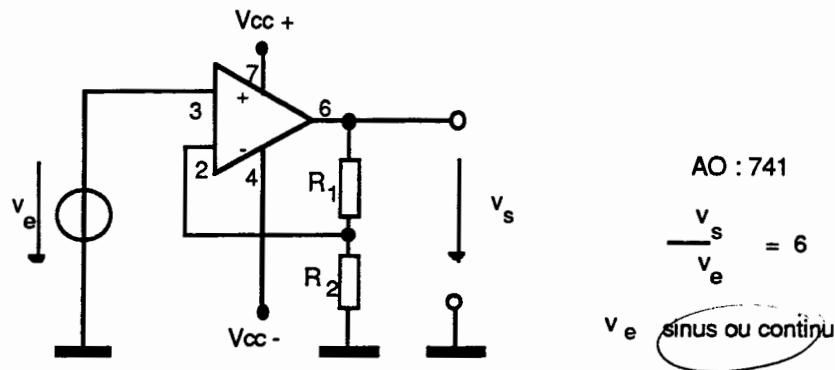
Manque : - schéma du montage

- diagramme $\{v_2, v_1\}$, $\{v_2, v_s\}$, v_2 : variable.

OK.

4.1. L'amplificateur non inverseur

✓ - Schéma:



✓ - Un choix judicieux des résistances R_1 et R_2 devrait normalement tenir compte des limitations et imperfections de l'amplificateur (courant de polarisation, courant de sortie maximum, etc.). En conséquence, en respectant les exigences fixées par la donnée des fabricants, on choisira R_1 et R_2 dans une gamme comprise entre $1 \text{ k}\Omega$ et $50 \text{ k}\Omega$.

(- Vérifiez expérimentalement les performances prévues (gain = 6)

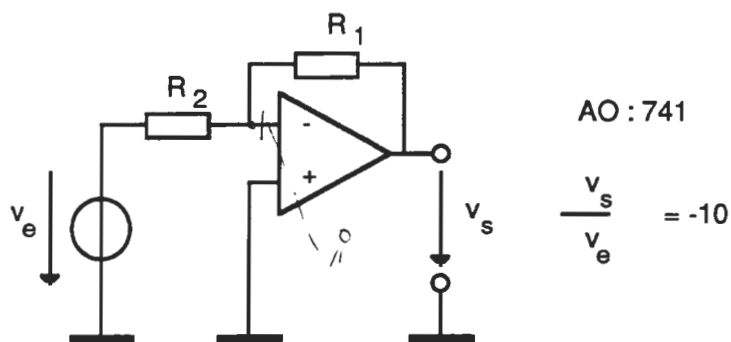
- Procédez de même avec $R_1 = 0$ et $R_2 = \infty$.

✓ - De quel montage s'agit-il ? A quoi sert-il en général ? Quel est le gain de contre-réaction ?

Manque : - vérification expérimentale : - gain = 6
- $R_1 = 0, R_2 = \infty$

4.2. L'amplificateur inverseur

- ✓ - Schéma



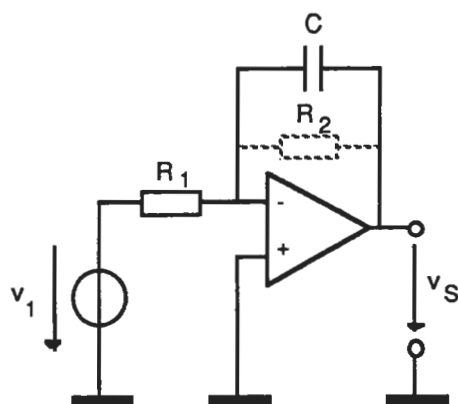
- ✓ - Déterminez R_1 et R_2 en respectant le gain en tension spécifié. $v_s = -\frac{R_2}{R_1} \cdot v_e \Rightarrow G = -\frac{R_2}{R_1}$
 $\Rightarrow R_2 = 10 \cdot R_1$
- Vérifiez expérimentalement les performances prévues (gain = -10).
- Décrivez le type de contre réaction. Quelle est la valeur de la tension à l'entrée inverseur de l'amplificateur? Expliquez.

?

Manque: - vérification expérimentale : gain = -10
 - question

4.3. L'intégrateur

✓ - Schéma d'un intégrateur idéal:



AO : 741

 $R_1 = 3,3 \text{ k}\Omega$ $C = 47 \text{ nF}$ $R_2 = 330 \text{ k}\Omega$

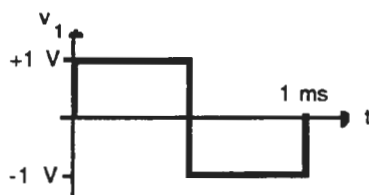
ajuster le mieux possible la composante continue à zéro!

- Considérant l'intégrateur parfait (sans R_2), quel est le comportement du montage pour la composante continue de v_2 ? Comment est modifié ce comportement lorsqu'on ajoute la résistance R_2 ?

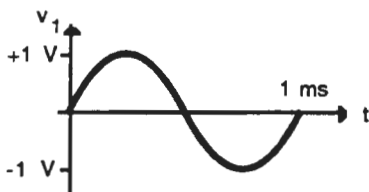
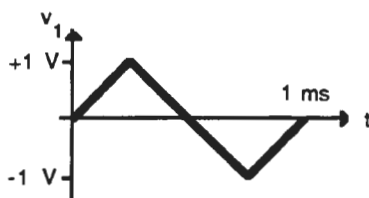
QUESTION 2 : résultat ab le.u

✓ - Pour quel domaine de fréquences le circuit ci-dessus peut être utilisé comme intégrateur? Représentez graphiquement la situation.

- Réalisez le montage (avec R_2). Prévoyez, puis observez expérimentalement la réponse de cet intégrateur aux trois signaux suivants (amplitude, forme des signaux et composante continue des signaux de sortie) :



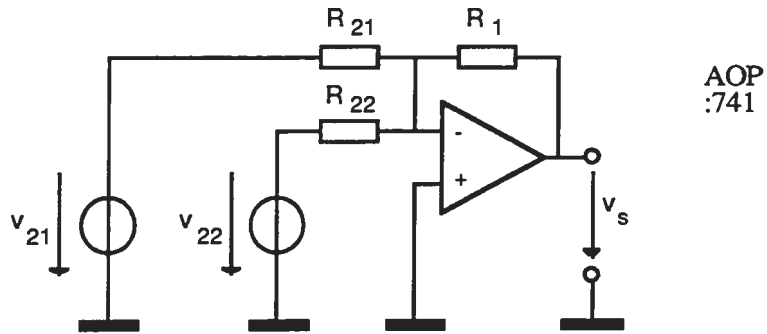
MANQUE : - question
- observ. expérimentale
- + fin



- o'feric
- Dans le dernier cas, faites varier la fréquence du signal v_1 et expliquez le comportement du signal de sortie v_s .
 - Mesurez la bande de fréquence où ce comportement est celui d'un intégrateur. Comparez ce résultat aux prévisions.

4.4. Le sommateur

✓ - Montage de l'AOP en sommateur:



par ce qui
au-dessus par rapport
au-dessous par rapport

- Démontrez sur cet exemple la formule du gain d'un montage sommateur.

- Déterminez R_1 , R_{21} et R_{22} pour obtenir le gain suivant:

$$v_s = -2.2 \cdot v_{21} - 0.33 \cdot v_{22}$$

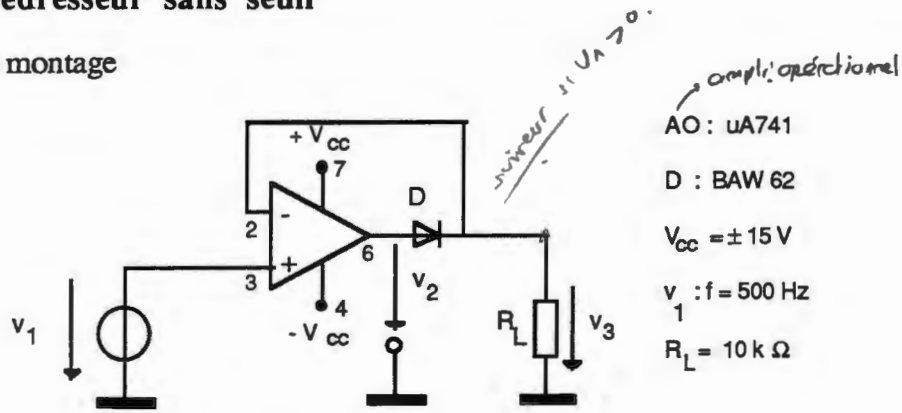
QUESTION 3: - gain : par rapport à
{ v_{21} , v_{22} }
séparément ou

- Vérifiez expérimentalement les performances prévues.

Manque : - vérif. expérimentale.

4.5. Redresseur sans seuil

- Schéma du montage



4.5.1. Calculs du montage

- Prévoyez l'évolution des fonctions $v_2 = f_2(v_1)$ et $v_3 = f_3(v_1)$.

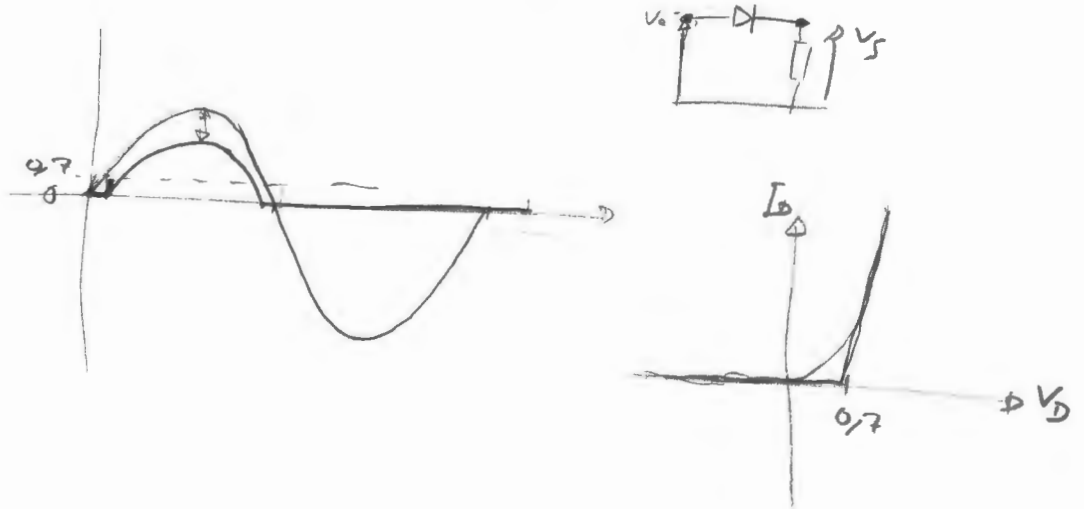
QUESTION 4.

4.5.2. Mesure de la caractéristique statique

- Visualisez sur l'oscilloscope (mode X-Y), et relevez sur papier millimétré les caractéristiques $v_2 = f_2(v_1)$ et $v_3 = f_3(v_1)$. Utilisez pour v_1 un signal alternatif compris entre -5V et +5V.

4.5.3. Observation de la caractéristique dynamique

- Observez et décrivez les caractéristiques à 1 KHz et 10 KHz. Commentaires ?



BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages généraux utiles pour cet enseignement

Jean Auvray "Circuits et composants électroniques"
Herman, Paris, Collection Méthode

Richard C. Dorf "The electrical handbook"
CRC PRESS

Albert Paul Malvino "Principes d'électronique"
Mc Graw-Hill

[4] P. Horowitz and W. Hill "The art of electronics",
Cambridge University Press, 1994.

[5] JD. Chatelain, R. Dessoulavy "Electronique", Vol 8, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1985.

Electrotechnique

[1] F. de Coulomb, M. Jufer "Introduction à l'électrotechnique", Vol 1, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1992.
(Ouvrage fortement conseillé comme introduction générale)

[2] R. Boite, J. Neiryck "Théorie des réseaux de Kirchhoff", Vol 4, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
(Définitions, vitesses de propagations)

Cours de mécanique de première année
(Analogie électromécanique et systèmes oscillants)

Cours de physique générale
(Electromagnétisme de première ou de deuxième année)

Analyse de système

Cours d'analyse de deuxième année
(Séries et transformées de Fourier, transformée de Laplace)

[2] R. Boite, J. Neiryck "Théorie des réseaux de Kirchhoff", Vol 4, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
(Laplace, Fourier, distributions)

[3] F. de Coulomb "Théorie et traitement des signaux", Vol 6, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1984.
(Taux de distorsion harmonique, étude approfondie des signaux)

Amplificateurs

- [5] JD. Chatelain, R. Dessoulavy "Electronique", Vol 8, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
(Le chapitre 2 est consacré aux amplificateurs sous un angle plus électronique qu'ici)
- [2] R. Boite, J. Neiryck "Théorie des réseaux de Kirchhoff", Vol 4, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
(Le chapitre 6 fournit des outils pour l' étude des quadripôles)

Pour aller plus loin ...

Techniques électriques

- [9] M. Hasler, J. Neyrinck "Filtres électriques", Vol 19, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1981.
- [10] M. Kunt "Traitement numérique des signaux", Vol 20, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
- [11] F. Gardiol "Electromagnétisme", Vol 3, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1989.
- [12] F. Gardiol "Hyperfréquences", Vol 13, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1990.
- [13] M. Jufer "Transducteurs électromécaniques", Vol 9, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1985.
- [14] M. Hasler, J. Neyrinck "Circuits non linéaires",
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1985.
- [15] PA. Paratte, P. Robert "Systèmes de mesures", Vol 17, Traité d'électricité
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1986.
- [16] G. Metzger, JP. Vabre "Electronique des impulsions"
Masson et Cie, 1966.
(Tomes 2,4,6 Pour les lignes de transmissions)

Systèmes asservis

- [17] L. Maret "Régulation automatique: systèmes analogiques",
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1987.
- [18] H. Bühler "Conception de systèmes automatiques",
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1988.
- [19] H. Bühler "Electronique de réglage et de commande",
Lausanne: Presses polytechniques romandes, 1990.

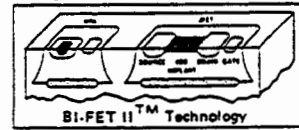
FICHES TECHNIQUES DE COMPOSANTS

Ampli. opérationnel	LF 351
Ampli. différentiel	INA 110
Timer	LM 555
Comparateur	LM 311



Operational Amplifiers/Buffers

LF351 Wide Bandwidth JFET Input Operational Amplifier



LF351

General Description

The LF351 is a low cost high speed JFET input operational amplifier with an internally trimmed input offset voltage (BI-FET II™ technology). The device requires a low supply current and yet maintains a large gain bandwidth product and a fast slew rate. In addition, well matched high voltage JFET input devices provide very low input bias and offset currents. The LF351 is pin compatible with the standard LM741 and uses the same offset voltage adjustment circuitry. This feature allows designers to immediately upgrade the overall performance of existing LM741 designs.

The LF351 may be used in applications such as high speed integrators, fast D/A converters, sample-and-hold circuits and many other circuits requiring low input offset voltage, low input bias current, high input impedance, high slew rate and wide bandwidth. The device has low noise and offset voltage drift, but for applica-

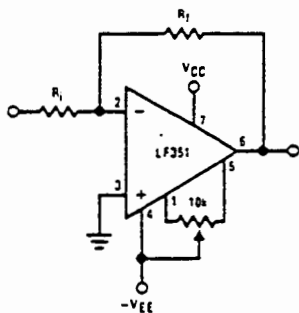
tions where these requirements are critical, the LF356 is recommended. If maximum supply current is important, however, the LF351 is the better choice.

Features

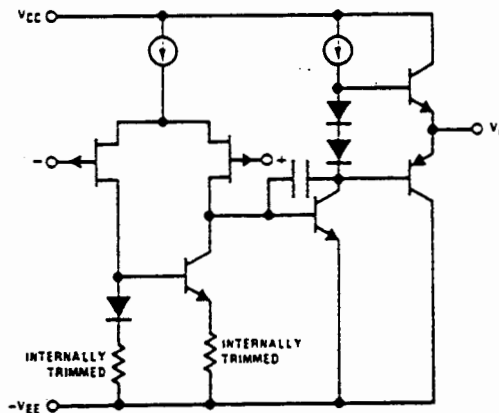
- Internally trimmed offset voltage 10 mV
- Low input bias current 50 pA
- Low input noise voltage 16 nV/√Hz
- Low input noise current 0.01 pA/√Hz
- Wide gain bandwidth 4 MHz
- High slew rate 13 V/μs
- Low supply current 1.8 mA
- High input impedance 10¹² Ω
- Low total harmonic distortion $A_V = 10$, $R_L = 10k$, $V_O = 20V_{p-p}$, $BW = 20Hz-20kHz$ <0.02%
- Low 1/f noise corner 50 Hz
- Fast settling time to 0.01% 2 μs



Typical Connection

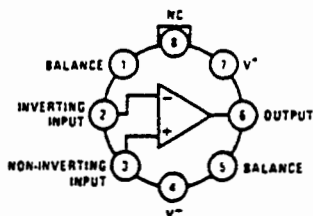


Simplified Schematic



Connection Diagrams (Top Views)

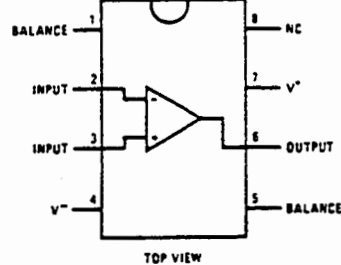
Metal Can Package



Note. Pin 4 connected to case.

Order Number LF351H
See NS Package H08C

Dual-In-Line Package



TOP VIEW

Order Number LF351N
See NS Package N08A

LF351

Absolute Maximum Ratings

Supply Voltage	± 18V
Power Dissipation (Note 1)	500 mW
Operating Temperature Range	0°C to +70°C
T _j (MAX)	115°C
Differential Input Voltage	± 30V
Input Voltage Range (Note 2)	± 15V
Output Short Circuit Duration	Continuous
Storage Temperature Range	-65°C to +150°C
Lead Temperature (Soldering, 10 seconds)	300°C

DC Electrical Characteristics (Note 3)

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	LF351			UNITS
			MIN	TYP	MAX	
V _{OS}	Input Offset Voltage	R _S = 10 kΩ, T _A = 25°C Over Temperature		5	10 13	mV mV
ΔV _{OS} /ΔT	Average TC of Input Offset Voltage	R _S = 10 kΩ		10		μV/°C
I _{OS}	Input Offset Current	T _j = 25°C, (Notes 3, 4) T _j < 70°C		25	100 4	pA nA
I _B	Input Bias Current	T _j = 25°C, (Notes 3, 4) T _j < 70°C		50	200 8	pA nA
R _{IN}	Input Resistance	T _j = 25°C		10 ¹²		Ω
A _{VOL}	Large Signal Voltage Gain	V _S = ± 15V, T _A = 25°C V _O = ± 10V, R _L = 2 kΩ Over Temperature	25	100		V/mV V/mV
V _O	Output Voltage Swing	V _S = ± 15V, R _L = 10 kΩ	± 12	± 13.5		V
V _{CM}	Input Common-Mode Voltage Range	V _S = ± 15V	± 11	+ 15 - 12		V V
CMRR	Common-Mode Rejection Ratio	R _S < 10 kΩ	70	100		dB
PSRR	Supply Voltage Rejection Ratio	(Note 5)	70	100		dB
I _S	Supply Current			1.8	3.4	mA

AC Electrical Characteristics (Note 3)

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	LF351			UNITS
			MIN	TYP	MAX	
SR	Slew Rate	V _S = ± 15V, T _A = 25°C		13		V/μs
GBW	Gain Bandwidth Product	V _S = ± 15V, T _A = 25°C		4		MHz
e _n	Equivalent Input Noise Voltage	T _A = 25°C, R _S = 100Ω, f = 1000 Hz		16		nV/√Hz
i _n	Equivalent Input Noise Current	T _j = 25°C, f = 1000 Hz		0.01		pA/√Hz

Note 1: For operating at elevated temperature, the device must be derated based on a thermal resistance of 150°C/W junction to ambient or 45°C/W junction to case.

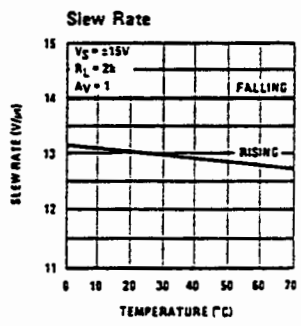
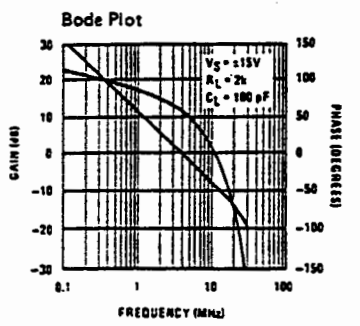
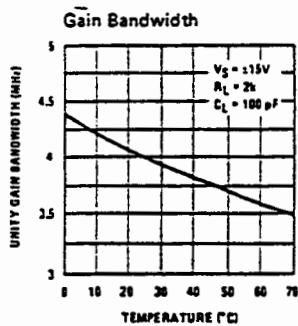
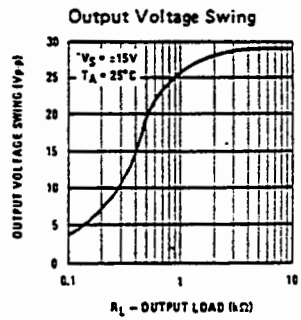
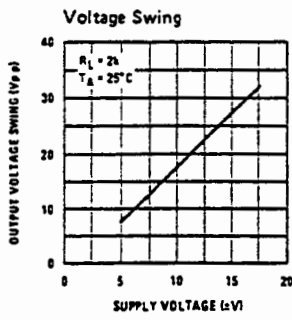
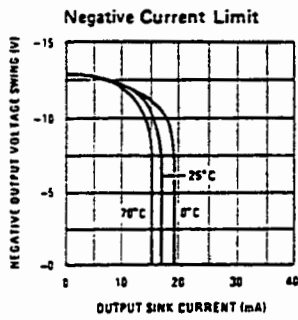
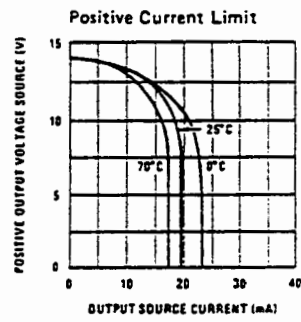
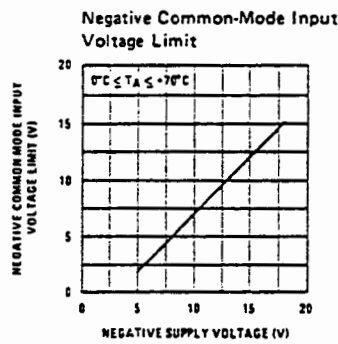
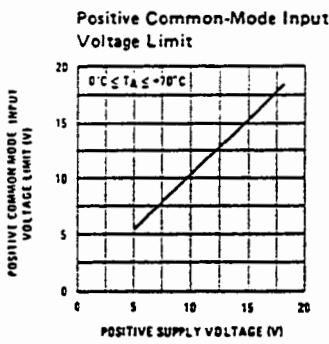
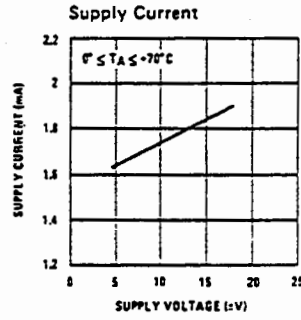
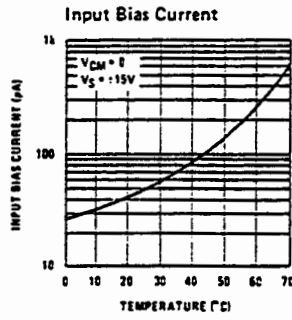
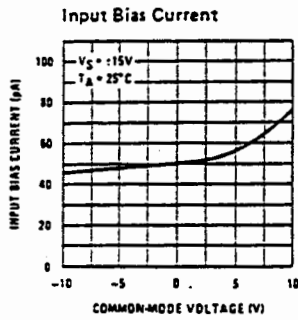
Note 2: Unless otherwise specified the absolute maximum negative input voltage is equal to the negative power supply voltage.

Note 3: These specifications apply for V_S = ± 15V and 0°C < T_A < +70°C. V_{OS}, I_B and I_{OS} are measured at V_{CM} = 0.

Note 4: The input bias currents are junction leakage currents which approximately double for every 10°C increase in the junction temperature, T_j. Due to the limited production test time, the input bias currents measured are correlated to junction temperature. In normal operation the junction temperature rises above the ambient temperature as a result of internal power dissipation, P_D. T_j = T_A + θ_{jA} P_D where θ_{jA} is the thermal resistance from junction to ambient. Use of a heat sink is recommended if input bias current is to be kept to a minimum.

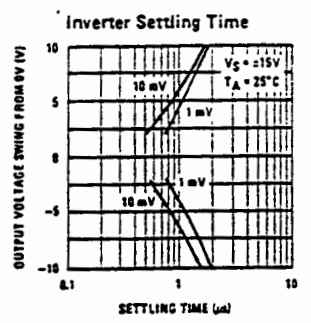
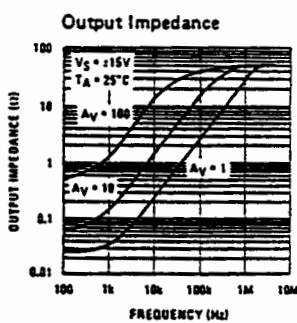
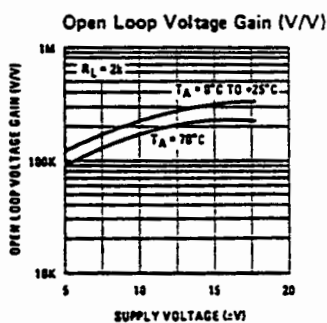
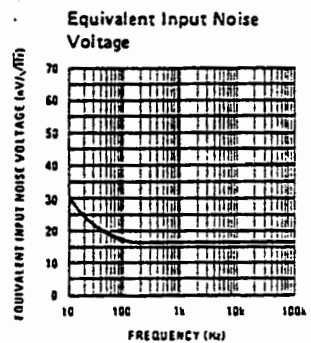
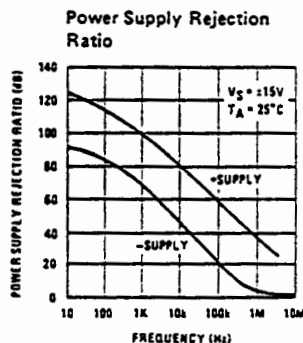
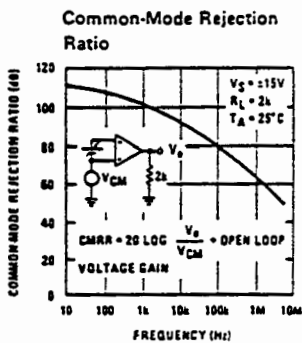
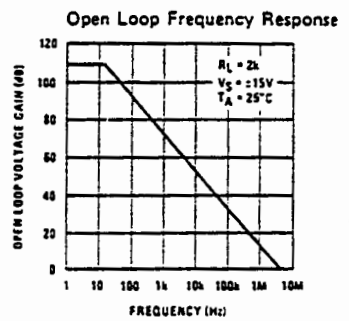
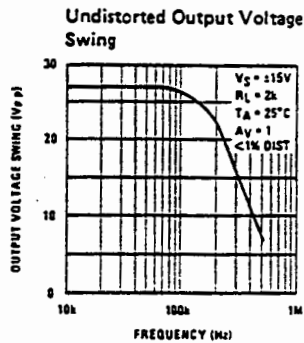
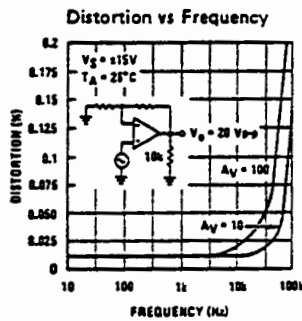
Note 5: Supply voltage rejection ratio is measured for both supply magnitudes increasing or decreasing simultaneously in accordance with common practice.

Typical Performance Characteristics



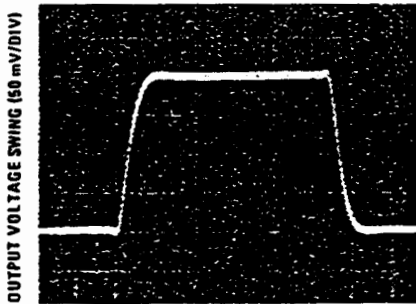
LF351

Typical Performance Characteristics (Continued)



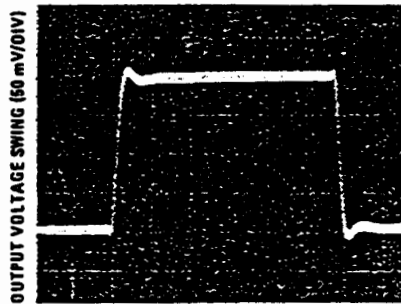
Pulse Response

Small Signal Inverting



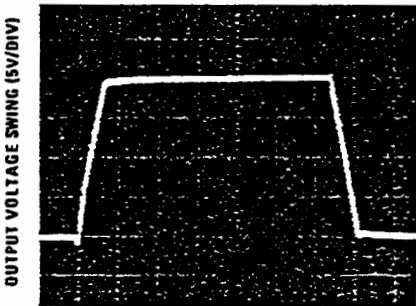
TIME (0.2 μs/DIV)

Small Signal Non-Inverting



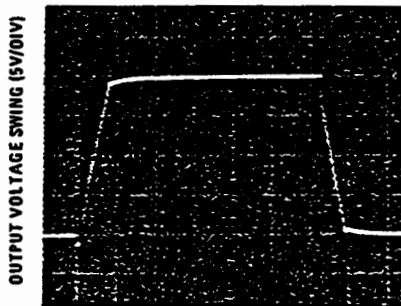
TIME (0.2 μs/DIV)

Large Signal Inverting



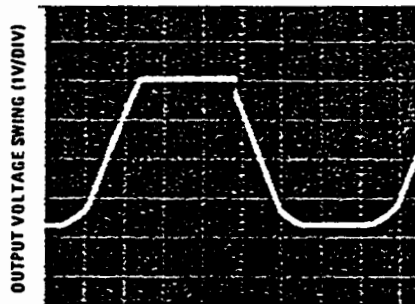
TIME (2 μs/DIV)

Large Signal Non-Inverting



TIME (2 μs/DIV)

Current Limit ($R_L = 100\Omega$)



TIME (5 μs/DIV)

Application Hints

The LF351 is an op amp with an internally trimmed input offset voltage and JFET input devices (BI-FET II™). These JFETs have large reverse breakdown voltages from gate to source and drain eliminating the need for clamps across the inputs. Therefore, large differential input voltages can easily be accommodated without a large increase in input current. The maximum differential input voltage is independent of the supply voltages. However, neither of the input voltages should be

allowed to exceed the negative supply as this will cause large currents to flow which can result in a destroyed unit.

Exceeding the negative common-mode limit on either input will cause a reversal of the phase to the output and force the amplifier output to the corresponding high or low state. Exceeding the negative common-mode limit on both inputs will force the amplifier output to a

LF351

Application Hints (Continued)

high state. In neither case does a latch occur since raising the input back within the common-mode range again puts the input stage and thus the amplifier in a normal operating mode.

Exceeding the positive common-mode limit on a single input will not change the phase of the output; however, if both inputs exceed the limit, the output of the amplifier will be forced to a high state.

The amplifier will operate with a common-mode input voltage equal to the positive supply; however, the gain bandwidth and slew rate may be decreased in this condition. When the negative common-mode voltage swings to within 3V of the negative supply, an increase in input offset voltage may occur.

The LF351 is biased by a zener reference which allows normal circuit operation on $\pm 4V$ power supplies. Supply voltages less than these may result in lower gain bandwidth and slew rate.

The LF351 will drive a $2\text{ k}\Omega$ load resistance to $\pm 10V$ over the full temperature range of 0°C to $+70^\circ\text{C}$. If the amplifier is forced to drive heavier load currents, however, an increase in input offset voltage may occur on the negative voltage swing and finally reach an active current limit on both positive and negative swings.

Precautions should be taken to ensure that the power supply for the integrated circuit never becomes reversed in polarity or that the unit is not inadvertently installed

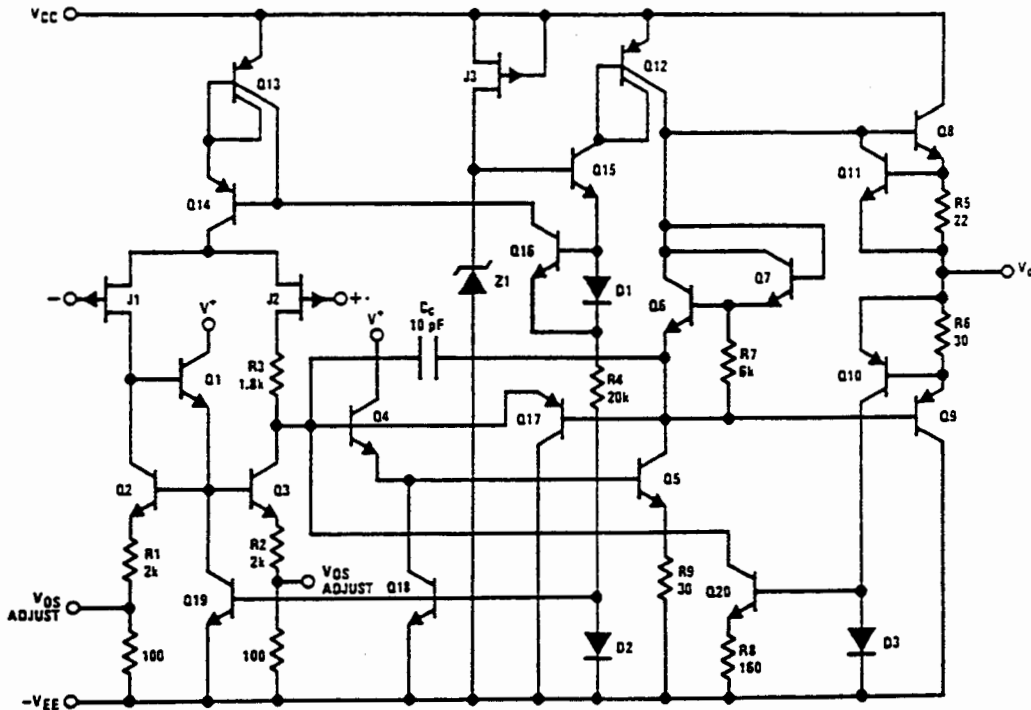
backwards in a socket as an unlimited current surge through the resulting forward diode within the IC could cause fusing of the internal conductors and result in a destroyed unit.

Because these amplifiers are JFET rather than MOSFET input op amps they do not require special handling.

As with most amplifiers, care should be taken with lead dress, component placement and supply decoupling in order to ensure stability. For example, resistors from the output to an input should be placed with the body close to the input to minimize "pick-up" and maximize the frequency of the feedback pole by minimizing the capacitance from the input to ground.

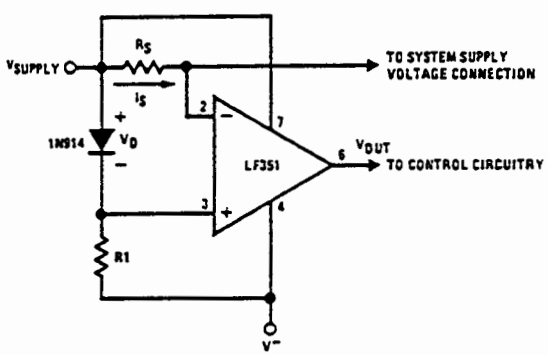
A feedback pole is created when the feedback around any amplifier is resistive. The parallel resistance and capacitance from the input of the device (usually the inverting input) to AC ground set the frequency of the pole. In many instances the frequency of this pole is much greater than the expected 3 dB frequency of the closed loop gain and consequently there is negligible effect on stability margin. However, if the feedback pole is less than approximately 6 times the expected 3 dB frequency a lead capacitor should be placed from the output to the input of the op amp. The value of the added capacitor should be such that the RC time constant of this capacitor and the resistance it parallels is greater than or equal to the original feedback pole time constant.

Detailed Schematic



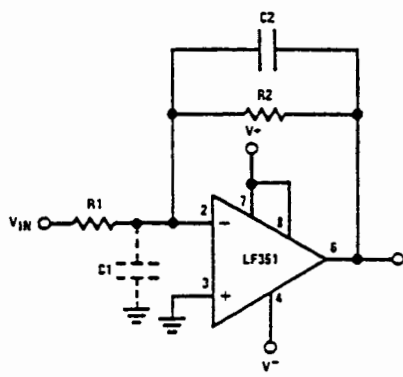
Typical Applications

Supply Current Indicator/Limiter



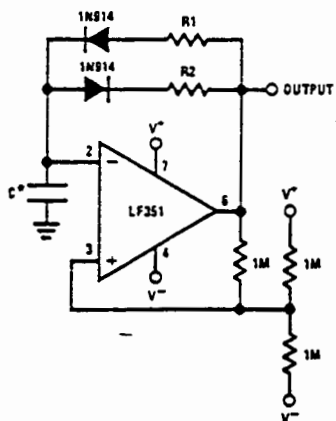
• V_{OUT} switches high when $R_S I_S > V_D$

Hi- Z_{IN} Inverting Amplifier



Parasitic input capacitance $C1 \approx 3$ pF for LF351 plus any additional layout capacitance interacts with feedback elements and creates undesirable high frequency pole. To compensate, add $C2$ such that: $R2C2 \approx R1C1$.

Ultra-Low (or High) Duty Cycle Pulse Generator



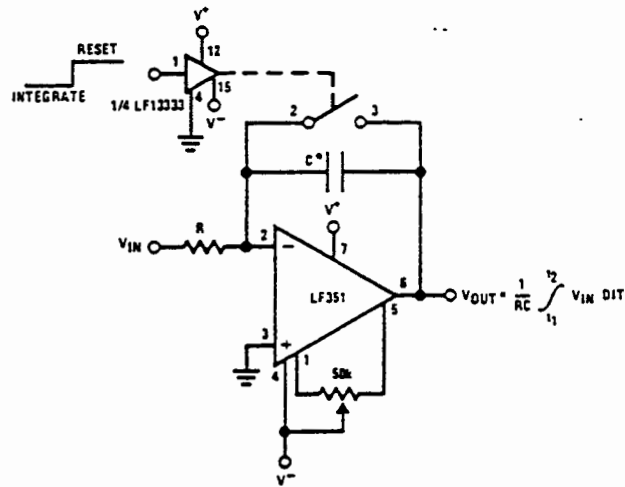
• $V_{OUTPUT HIGH} \approx R1C \ln \frac{4.8 - 2V_S}{4.8 - V_S}$

• $V_{OUTPUT LOW} \approx R2C \ln \frac{2V_S - 7.8}{V_S - 7.8}$

where $V_S = V^+ + |V^-|$

• low leakage capacitor

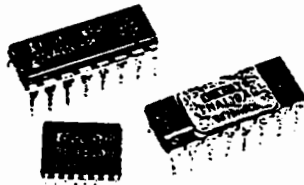
Long Time Integrator



• Low leakage capacitor

• 50k pot used for less sensitive V_{OS} adjust

BURR-BROWN®
BB



INA110

AVAILABLE IN
 DIE FORM

Fast-Settling FET-Input Very High Accuracy INSTRUMENTATION AMPLIFIER

INA110

3

INSTRUMENTATION AMPLIFIERS

FEATURES

- LOW BIAS CURRENT: 50pA, max
- FAST SETTling: 4 μ s to 0.01%
- HIGH CMR: 106dB, min; 90dB at 10kHz
- CONVENIENT INTERNAL GAINS: 1, 10, 100, 200, 500
- VERY-LOW GAIN DRIFT: 10 to 50ppm/°C
- LOW OFFSET DRIFT: 2 μ V/°C
- LOW COST
- PINOUT COMPATIBLE WITH AD524 AND AD624, allowing upgrading of many existing applications

APPLICATIONS

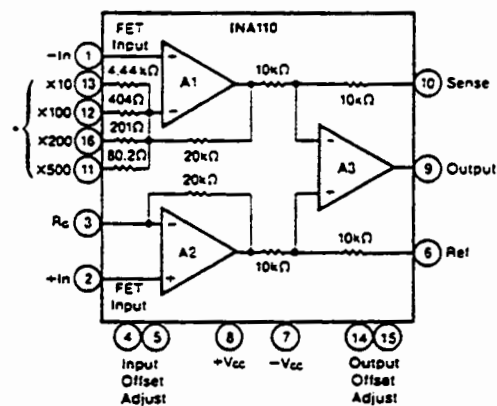
- Fast scanning rate multiplexed input data acquisition system amplifier
- Fast differential pulse amplifier
- High speed, low drift gain block
- Amplification of low level signals from high impedance sources and sensors
- Instrumentation amplifier with input low pass filtering using large series resistors
- Instrumentation amplifier with overvoltage input protection using large series resistors
- Amplification of signals from strain gauges, thermocouples, and RTDs

DESCRIPTION

The INA110 is a monolithic FET input instrumentation amplifier with a maximum bias current of 50pA. The circuit provides fast settling of 4 μ s to 0.01%. Laser trimming guarantees exceptionally good DC performance. Voltage noise is low, and current noise is virtually zero. Internal gain set resistors guarantee high gain accuracy and low gain drift. Gains of 1, 10, 100, 200, and 500 are provided.

The inputs are inherently protected by P-channel FETs on each input. Differential and common-mode voltages should be limited to $\pm V_{CC}$. When severe overvoltage exists, use diode clamps as shown in the application section.

The INA110 is ideally suited for applications requiring large input resistors for overvoltage protection or filtering. Input signals from high source impedances can easily be handled without degrading DC performance. Fast settling for rapid scanning data acquisition systems is now achievable with one component, the INA110.



* Connect to R_G for desired gain

International Airport Industrial Park - P.O. Box 11400 - Tucson, Arizona 85734 - Tel: (502) 746-1111 - Twx: 910-952-1111 - Cable: BURCORP - Telex: 66-6491

PDS-645B

SPECIFICATIONS

ELECTRICAL

At +25°C. $\pm V_{CC} = 15VDC$, $R_L = 2k\Omega$ unless otherwise noted.

PARAMETER	CONDITIONS	INA110AG			INA110BG/SG			INA110KP/KU			UNITS
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
GAIN											
Range of Gain		1		800	*	*	*	*	*	*	V/V
Gain Equation ¹⁾					$G = 1 + [40K/(R_G + 500)]$						V/V
Gain Error, DC: G = 1			0.002	0.04			0.005	0.02	*	*	%
G = 10			0.01	0.1			0.005	0.05	*	*	%
G = 100			0.02	0.2			0.01	0.1	*	*	%
G = 200			0.04	0.4			0.02	0.2	*	*	%
G = 500			0.1	1.0			0.05	0.5	*	*	%
Gain Temp. Coefficient: G = 1			±3	±20			±2	±10	*	*	ppm/°C
G = 10			±4	±20			±2	±10	*	*	ppm/°C
G = 100			±6	±40			±3	±20	*	*	ppm/°C
G = 200			±10	±60			±5	±30	*	*	ppm/°C
G = 500			±25	±100			±10	±50	*	*	ppm/°C
Nonlinearity, DC: G = 1			±0.001	±0.01			±0.0005	±0.005	*	*	% of FS
G = 10			±0.002	±0.01			±0.001	±0.005	*	*	% of FS
G = 100			±0.004	±0.02			±0.002	±0.01	*	*	% of FS
G = 200			±0.006	±0.02			±0.003	±0.01	*	*	% of FS
G = 500			±0.01	±0.04			±0.005	±0.02	*	*	% of FS
OUTPUT											
Voltage, $R_L = 2k\Omega$	Over temp	±10	±12.7		*	*		*	*		V
Current	Over temp	±5	±25		*	*		*	*		mA
Short-Circuit Current			±25		*	*		*	*		mA
Capacitive Load	Stability		5000		*	*		*	*		pF
INPUT											
OFFSET VOLTAGE²⁾											
Initial Offset: G, P			±(100 + 1000/G)	±(500 + 5000/G)			±(50 + 600/G)	±(250 + 3000/G)	*	*	μV
U									±(200 + 2000/G)	±(1000 + 5000/G)	μV
vs Temperature			±(2 + 20/G)	±(5 + 100/G)			±(1 + 10/G)	±(2 + 50/G)	*	*	μV/°C
vs Supply	$V_{CC} = \pm 6V$ to $\pm 15V$		±(4 + 60/G)	±(30 + 300/G)			±(2 + 30/G)	±(10 + 180/G)	*	*	μV/V
BIAS CURRENT											
Initial Bias Current	Each input		20	100			10	50	*	*	pA
Initial Offset Current			2	50			1	25	*	*	pA
Impedance: Differential			$5 \times 10^9 \parallel 6$				*		*	*	Ω pF
Common-Mode			$2 \times 10^9 \parallel 1$				*		*	*	Ω pF
VOLTAGE RANGE											
Range, Linear Response	V_{in} Diff. = 0V ³⁾	±10	±12						*	*	V
CMR with 1kΩ Source Imbalance:									*	*	dB
G = 1	DC	70	90		80	100			*	*	dB
G = 10	DC	87	104		96	112			*	*	dB
G = 100	DC	100	110		106	116			*	*	dB
G = 200	DC	100	110		106	116			*	*	dB
G = 500	DC	100	110		106	116			*	*	dB
NOISE, Input⁴⁾											
Voltage, $f_b = 10kHz$			10				*	*	*	*	nV/√Hz
$f_b = 0.1Hz$ to 10Hz			1				*	*	*	*	μVp-p/√Hz
Current, $f_b = 10kHz$			1.8				*	*	*	*	1A/√Hz
NOISE, Output⁵⁾											
Voltage, $f_b = 10kHz$			65				*	*	*	*	nV/√Hz
$f_b = 0.1Hz$ to 10Hz			8				*	*	*	*	μVp-p
DYNAMIC RESPONSE											
Small Signal: G = 1	-3dB		2.5				*	*	*	*	MHz
G = 10			2.5				*	*	*	*	MHz
G = 100			470				*	*	*	*	kHz
G = 200			240				*	*	*	*	kHz
G = 500			100				*	*	*	*	kHz
Full Power	$V_{out} = \pm 10V$, $R_L = 2k\Omega$	190	270		*	*		*	*	*	kHz
Slew Rate	G = 1 to 100	12	17		*	*		*	*	*	V/μs
Settling Time:											μs
0.1%, G = 1	$V_o = 20V$ step		4				*	*	*	*	μs
G = 10			2				*	*	*	*	μs
G = 100			3				*	*	*	*	μs
G = 200			5				*	*	*	*	μs
G = 500			11				*	*	*	*	μs

* Same as INA110AG.

ELECTRICAL (CONT)

PARAMETER	CONDITIONS	INA110AG			INA110BG/SG			INA110KP/KU			UNITS
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
Settling Time: 0.01%, G = 1	V _o = 20V step		5	12.5		*	*		*	*	μs
G = 10			3	7.5		*	*		*	*	μs
G = 100			4	7.5		*	*		*	*	μs
G = 200			7	12.5		*	*		*	*	μs
G = 500			16	25		*	*		*	*	μs
Overload Recovery ⁽⁵⁾	50% overdrive		1			*			*		μs
POWER SUPPLY											
Rated Voltage			±15		*	*		*	*		V
Voltage Range		±6		±18	*	*	*	*	*	*	V
Quiescent Current	V _o = 0V		±3.0	±4.5	*	*	*	*	*	*	mA
TEMPERATURE RANGE											
Specification, A, B, K		-25		+85	*	*	-125	0		+70	°C
S					-55		*				°C
Operation		-55		+125	*	*	*	-25		+85	°C
Storage		-65		+150	*	*	*	-40		+85	°C
I _A			100			*			*		°C/W

* Same as INA110AG.

NOTES: (1) Gains other than 1, 10, 100, 200, and 500 can be set by adding an external resistor, R_g, between pin 3 and pins 11, 12, and 16. Gain accuracy is a function of R_g and the internal resistors which have a ±20% tolerance with 20ppm/°C drift. (2) Adjustable to zero. (3) For differential input voltage other than zero, see Typical Performance Curves. (4) V_{offset(stl)} = √V_{o(stl) output}² + (V_{o(stl) output}/Gain)². (5) Time required for output to return from saturation to linear operation following the removal of an input overdrive voltage.

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS

Supply	±18V
Input voltage Range	±V _{cc}
Operating Temperature Range: G	-55°C to +125°C
P, U	-25°C to +85°C
Storage Temperature Range: G	-65°C to +150°C
P, U	-40°C to +85°C
Lead Temperature (soldering 10s): G, P	+300°C
(soldering 3s): U	+260°C
Output Short-Circuit Duration	Continuous to Common

PIN CONFIGURATION

-In	1	16	×200
+In	2	15	Output Offset Adjust
RG	3	14	Output Offset Adjust
Input Offset Adjust	4	13	×10
Input Offset Adjust	5	12	×100
Reference	6	11	×500
-V _{cc}	7	10	Output Sense
+V _{cc}	8	9	Output

ORDERING INFORMATION

Model	Package	Temperature Range
INA110AG	Ceramic DIP	-25°C to +85°C
INA110BG	Ceramic DIP	-25°C to +85°C
INA110SG	Ceramic DIP	-55°C to +125°C
INA110KP	Plastic DIP	0°C to +70°C
INA110KU	Plastic SO	0°C to +70°C

BURN-IN SCREENING OPTION

See text for details.

Model	Package	Burn-In Temp. (160h) ⁽¹⁾
INA110AG-BI	Ceramic DIP	+125°C
INA110BG-BI	Ceramic DIP	+125°C
INA110SG-BI	Ceramic DIP	+125°C
INA110KP-BI	Plastic DIP	+85°C
INA110KU-BI	Plastic SO	+85°C

NOTE: Or equivalent combination. See text.

MECHANICAL

Hermetic DIP

Seating Plane

NOTE: Leads in true position within .010" (.25mm) R at seating plane.

Pin numbers shown for reference only. Numbers are not marked on package.

DIM	INCHES		MILLIMETERS	
	MIN	MAX	MIN	MAX
A	.790	.810	20.07	20.57
C	.105	.170	2.67	4.32
D	.015	.021	0.38	0.53
F	.048	.060	1.22	1.52
G	.100 BASIC		2.54 BASIC	
H	.030	.070	0.76	1.78
J	.008	.012	0.20	0.30
K	.120	.240	3.05	6.10
L	.300 BASIC		7.62 BASIC	
M	.10"		2.54"	
N	.025	.060	0.64	1.52

LM555/LM555C Timer

General Description

The LM555 is a highly stable device for generating accurate time delays or oscillation. Additional terminals are provided for triggering or resetting if desired. In the time delay mode of operation, the time is precisely controlled by one external resistor and capacitor. For astable operation as an oscillator, the free running frequency and duty cycle are accurately controlled with two external resistors and one capacitor. The circuit may be triggered and reset on falling waveforms, and the output circuit can source or sink up to 200 mA or drive TTL circuits.

- Adjustable duty cycle
- Output can source or sink 200 mA
- Output and supply TTL compatible
- Temperature stability better than 0.005% per °C
- Normally on and normally off output

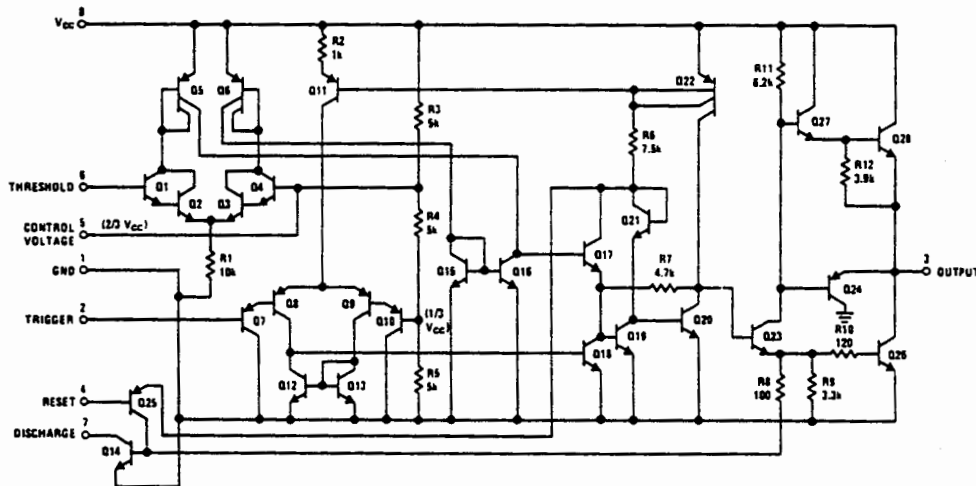
Features

- Direct replacement for SE555/NE555
- Timing from microseconds through hours
- Operates in both astable and monostable modes

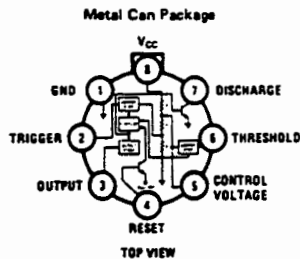
Applications

- Precision timing
- Pulse generation
- Sequential timing
- Time delay generation
- Pulse width modulation
- Pulse position modulation
- Linear ramp generator

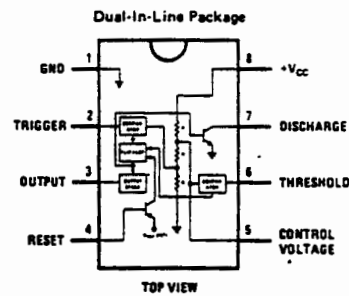
Schematic Diagram



Connection Diagrams



Order Number LM555H, LM555CH
See NS Package H08C



Order Number LM555CN
See NS Package N08B
Order Number LM555J or LM555CJ
See NS Package J08A

LM555/LM555C

Absolute Maximum Ratings

Supply Voltage	+18V
Power Dissipation (Note 1)	600 mW
Operating Temperature Ranges	
LM555C	0°C to +70°C
LM555	-55°C to +125°C
Storage Temperature Range	-65°C to +150°C
Lead Temperature (Soldering, 10 seconds)	300°C

Electrical Characteristics ($T_A = 25^\circ\text{C}$, $V_{CC} = +5\text{V}$ to $+15\text{V}$, unless otherwise specified)

PARAMETER	CONDITIONS	LIMITS						UNITS
		LM555			LM555C			
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
Supply Voltage		4.5		18	4.5		16	V
Supply Current	$V_{CC} = 5\text{V}$, $R_L = \infty$ $V_{CC} = 15\text{V}$, $R_L = \infty$ (Low State) (Note 2)		3 10	5 12		3 10	6 15	mA mA
Timing Error, Monostable								%
Initial Accuracy			0.5			1		%
Drift with Temperature	$R_A, R_B = 1\text{k}$ to 100k , $C = 0.1\mu\text{F}$, (Note 3)		30			50		ppm/°C
Accuracy over Temperature			1.5			1.5		%
Drift with Supply			0.05			0.1		%/V
Timing Error, Astable								%
Initial Accuracy			1.5			2.25		%
Drift with Temperature			90			150		ppm/°C
Accuracy over Temperature			2.5			3.0		%
Drift with Supply			0.15			0.30		%/V
Threshold Voltage			0.667			0.667		$\times V_{CC}$
Trigger Voltage	$V_{CC} = 15\text{V}$ $V_{CC} = 5\text{V}$	4.8 1.45	5 1.67	5.2 1.9		5 1.67		V V
Trigger Current			0.01	0.5		0.5	0.9	μA
Reset Voltage		0.4	0.5	1	0.4	0.5	1	V
Reset Current			0.1	0.4		0.1	0.4	mA
Threshold Current	(Note 4)		0.1	0.25		0.1	0.25	μA
Control Voltage Level	$V_{CC} = 15\text{V}$ $V_{CC} = 5\text{V}$	9.6 2.9	10 3.33	10.4 3.8	9 2.6	10 3.33	11 4	V V
Pin 7 Leakage Output High			1	100		1	100	nA
Pin 7 Sat (Note 5)								mV
Output Low	$V_{CC} = 15\text{V}$, $I_T = 15\text{mA}$		150			180		mV
Output Low	$V_{CC} = 4.5\text{V}$, $I_T = 4.5\text{mA}$		70	100		80	200	mV
Output Voltage Drop (Low)	$V_{CC} = 15\text{V}$ $I_{\text{SINK}} = 10\text{mA}$ $I_{\text{SINK}} = 50\text{mA}$ $I_{\text{SINK}} = 100\text{mA}$ $I_{\text{SINK}} = 200\text{mA}$ $V_{CC} = 5\text{V}$ $I_{\text{SINK}} = 8\text{mA}$ $I_{\text{SINK}} = 5\text{mA}$		0.1 0.4 2 2.5	0.15 0.5 2.2		0.1 0.4 2 2.5	0.25 0.75 2.5	V V V V
Output Voltage Drop (High)	$I_{\text{SOURCE}} = 200\text{mA}$, $V_{CC} = 15\text{V}$ $I_{\text{SOURCE}} = 100\text{mA}$, $V_{CC} = 15\text{V}$ $V_{CC} = 5\text{V}$	13 3	12.5 13.3 3.3			12.5 13.3 2.75		V V V
Rise Time of Output			100			100		ns
Fall Time of Output			100			100		ns

Note 1: For operating at elevated temperatures the device must be derated based on a $+150^\circ\text{C}$ maximum junction temperature and a thermal resistance of $+45^\circ\text{C/W}$ junction to case for TO-5 and $+150^\circ\text{C/W}$ junction to ambient for both packages.

Note 2: Supply current when output high typically 1 mA less at $V_{CC} = 5\text{V}$.

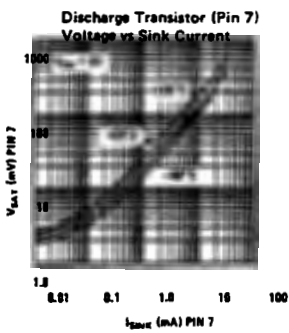
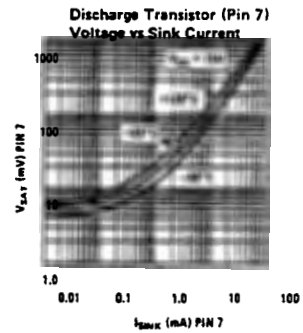
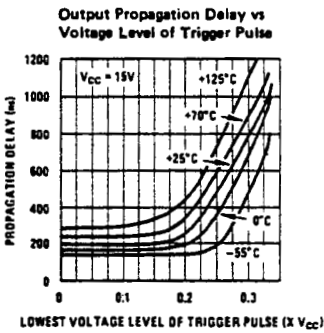
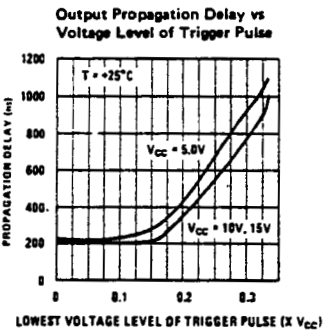
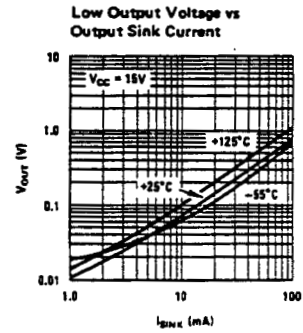
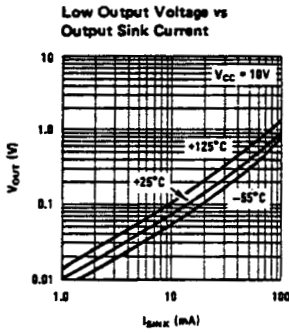
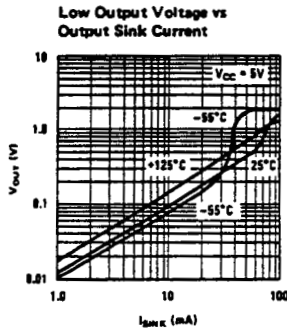
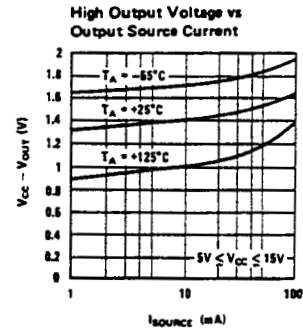
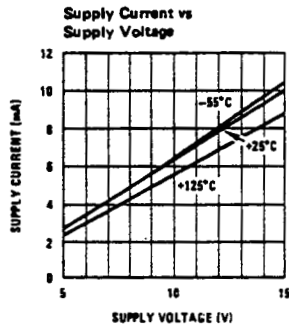
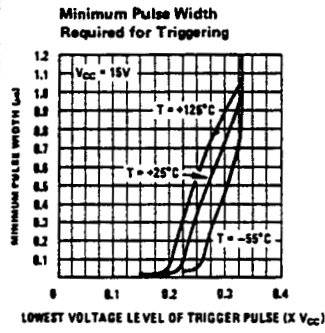
Note 3: Tested at $V_{CC} = 5\text{V}$ and $V_{CC} = 15\text{V}$.

Note 4: This will determine the maximum value of $R_A + R_B$ for 15V operation. The maximum total ($R_A + R_B$) is 20 M Ω .

Note 5: No protection against excessive pin 7 current is necessary providing the package dissipation rating will not be exceeded.

Typical Performance Characteristics

SCCIIITICCCII



Applications Information (Continued)

generated. *Figure 12* shows a circuit configuration that will perform this function.

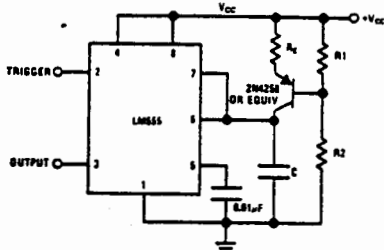


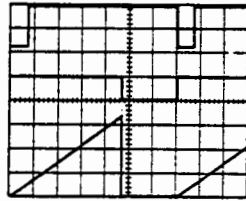
FIGURE 12.

Figure 13 shows waveforms generated by the linear ramp.

The time interval is given by:

$$T = \frac{2/3 V_{CC} R_E (R_1 + R_2) C}{R_1 V_{CC} - V_{BE} (R_1 + R_2)}$$

$V_{BE} \approx 0.6V$



$V_{CC} = 5V$
 TIME = 20µs/DIV
 $R_1 = 47 k\Omega$
 $R_2 = 100 k\Omega$
 $R_E = 2.7 k\Omega$
 $C = 0.01\mu F$
 Top Trace: Input 2V/Div
 Middle Trace: Output 1V/Div
 Bottom Trace: Capacitor Voltage 1V/Div

FIGURE 13. Linear Ramp

50% DUTY CYCLE OSCILLATOR

For a 50% duty cycle, the resistors R_A and R_B may be connected as in *Figure 14*. The time period for the out-

put high is the same as previous, $t_1 = 0.693 R_A C$. For the output low it is $t_2 =$

$$[(R_A R_B)/(R_A + R_B)] \ln \left[\frac{R_B - 2R_A}{2R_B - R_A} \right]$$

Thus the frequency of oscillation is $f = \frac{1}{t_1 + t_2}$

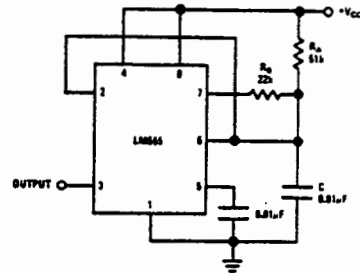


FIGURE 14. 50% Duty Cycle Oscillator

Note that this circuit will not oscillate if R_B is greater than $1/2 R_A$ because the junction of R_A and R_B cannot bring pin 2 down to $1/3 V_{CC}$ and trigger the lower comparator.

ADDITIONAL INFORMATION

Adequate power supply bypassing is necessary to protect associated circuitry. Minimum recommended is $0.1\mu F$ in parallel with $1\mu F$ electrolytic.

Lower comparator storage time can be as long as $10\mu s$ when pin 2 is driven fully to ground for triggering. This limits the monostable pulse width to $10\mu s$ minimum.

Delay time reset to output is $0.47\mu s$ typical. Minimum reset pulse width must be $0.3\mu s$, typical.

Pin 7 current switches within 30 ns of the output (pin 3) voltage.

Absolute Maximum Ratings

Total Supply Voltage (V_{S4})	36V
Output to Negative Supply Voltage (V_{74})	40V
Ground to Negative Supply Voltage (V_{14})	30V
Differential Input Voltage	$\pm 30V$
Input Voltage (Note 1)	$\pm 15V$
Power Dissipation (Note 2)	500 mW
Output Short Circuit Duration	10 sec
Operating Temperature Range	$0^{\circ}C$ to $70^{\circ}C$
Storage Temperature Range	$-65^{\circ}C$ to $150^{\circ}C$
Lead Temperature (soldering, 10 sec)	$300^{\circ}C$
Voltage at Strobe Pin	$V^+ - 5V$

Electrical Characteristics (Note 3)

PARAMETER	CONDITIONS	MIN	TYP	MAX	UNITS
Input Offset Voltage (Note 4)	$T_A = 25^{\circ}C, R_S \leq 50k$		2.0	7.5	mV
Input Offset Current (Note 4)	$T_A = 25^{\circ}C$		6.0	50	nA
Input Bias Current	$T_A = 25^{\circ}C$		100	250	nA
Voltage Gain	$T_A = 25^{\circ}C$	40	200		V/mV
Response Time (Note 5)	$T_A = 25^{\circ}C$		200		ns
Saturation Voltage	$V_{IN} \leq -10 mV, I_{OUT} = 50 mA$ $T_A = 25^{\circ}C$		0.75	1.5	V
Strobe ON Current	$T_A = 25^{\circ}C$		3.0		mA
Output Leakage Current	$V_{IN} \geq 10 mV, V_{OUT} = 35V$ $T_A = 25^{\circ}C, I_{STROBE} = 3 mA$		0.2	50	nA
Input Offset Voltage (Note 4)	$R_S \leq 50k$			10	mV
Input Offset Current (Note 4)				70	nA
Input Bias Current				300	nA
Input Voltage Range		-14.5	13.8,-14.7	13.0	V
Saturation Voltage	$V^+ \geq 4.5V, V^- = 0$ $V_{IN} \leq -10 mV, I_{SINK} \leq 8 mA$		0.23	0.4	V
Positive Supply Current	$T_A = 25^{\circ}C$		5.1	7.5	mA
Negative Supply Current	$T_A = 25^{\circ}C$		4.1	5.0	mA

Note 1: This rating applies for $\pm 15V$ supplies. The positive input voltage limit is 30V above the negative supply. The negative input voltage limit is equal to the negative supply voltage or 30V below the positive supply, whichever is less.

Note 2: The maximum junction temperature of the LM311 is $110^{\circ}C$. For operating at elevated temperatures, devices in the TO-5 package must be derated based on a thermal resistance of $150^{\circ}C/W$, junction to ambient, or $45^{\circ}C/W$, junction to case. The thermal resistance of the dual-in-line package is $100^{\circ}C/W$, junction to ambient.

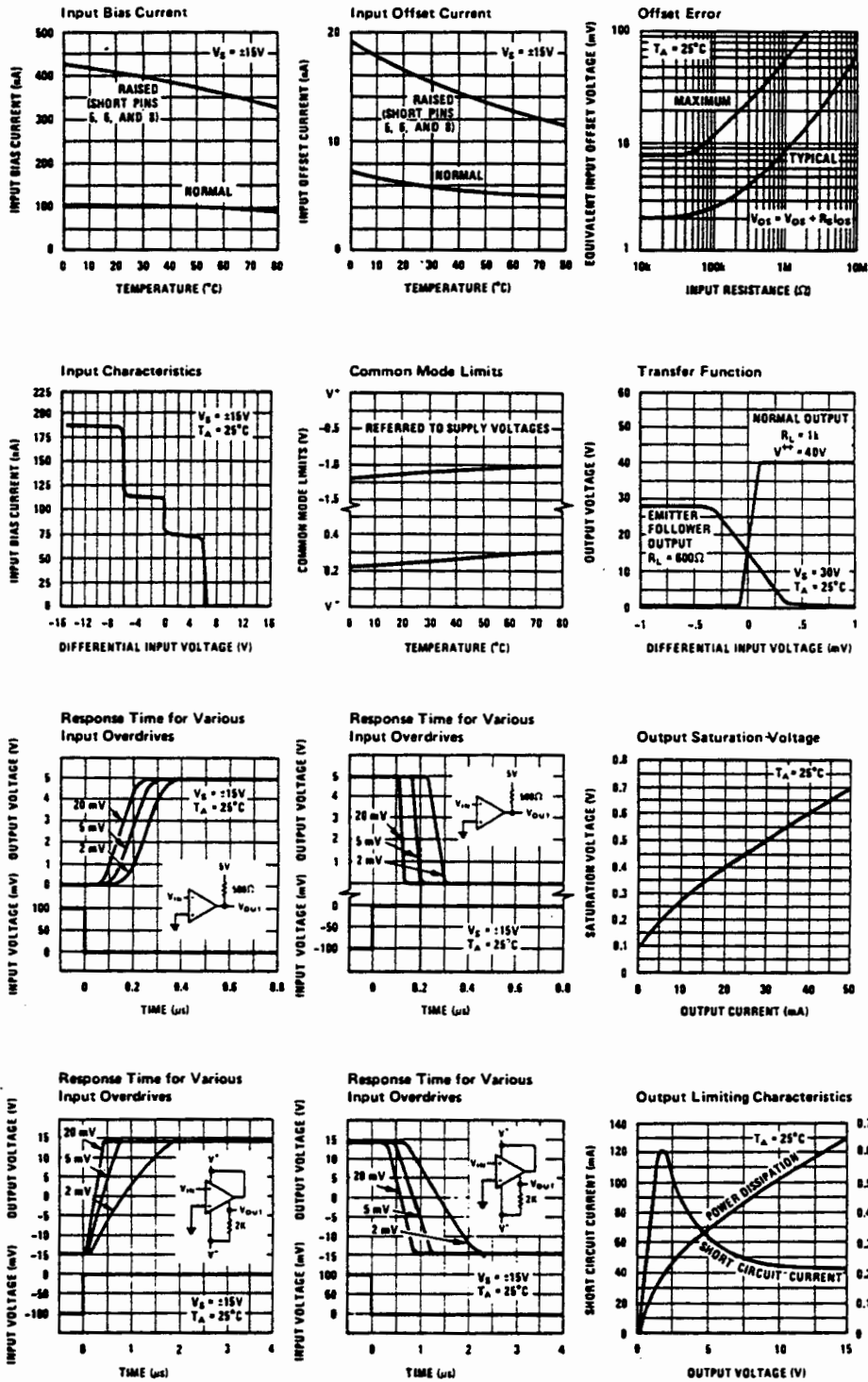
Note 3: These specifications apply for $V_S = \pm 15V$ and the Ground pin at ground, and $0^{\circ}C < T_A < +70^{\circ}C$, unless otherwise specified. The offset voltage, offset current and bias current specifications apply for any supply voltage from a single 5V supply up to $\pm 15V$ supplies.

Note 4: The offset voltages and offset currents given are the maximum values required to drive the output within a volt of either supply with 1 mA load. Thus, these parameters define an error band and take into account the worst-case effects of voltage gain and input impedance.

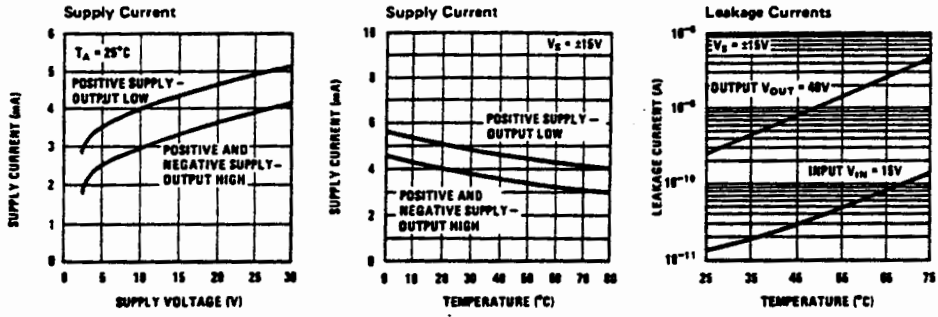
Note 5: The response time specified (see definitions) is for a 100 mV input step with 5 mV overdrive.

Note 6: Do not short the strobe pin to ground; it should be current driven at 3 to 5 mA.

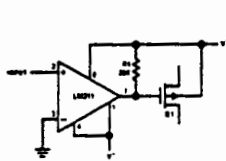
Typical Performance Characteristics



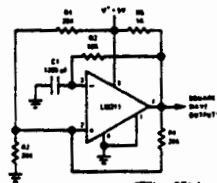
Typical Performance Characteristics (Continued)



Typical Applications

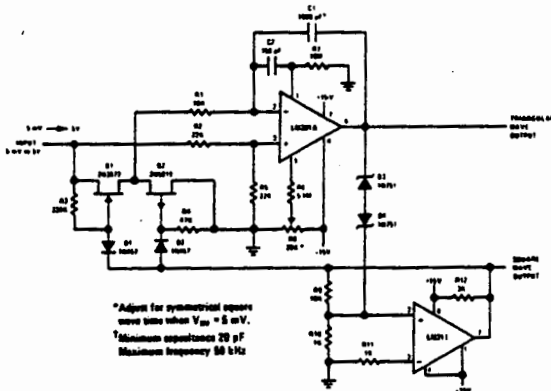


Zero Crossing Detector Driving MOS Switch



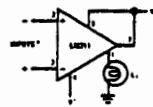
100 kHz Free Running Multivibrator

*TTL or DTL format of inv.



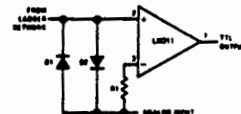
10 Hz to 10 kHz Voltage Controlled Oscillator

*Adjust for symmetrical square wave pulse when $V_{IN} = 0$ mV.
 †Maximum capacitance 20 pF.
 ‡Maximum frequency 50 kHz.

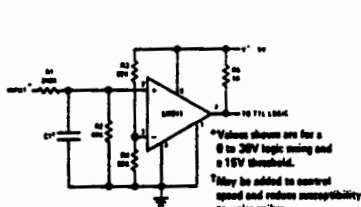


Driving Ground-Referenced Load

*Input polarity is reversed when using pin 1 as output.

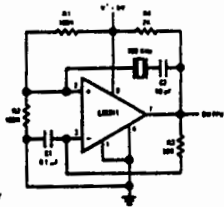


Using Clamp Diodes to Improve Response

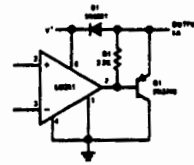


TTL Interface with High Level Logic

*Values shown are for a 0 to 30V logic using and a 15V threshold.
 †Resistor is added to control speed and reduce susceptibility to noise spikes.



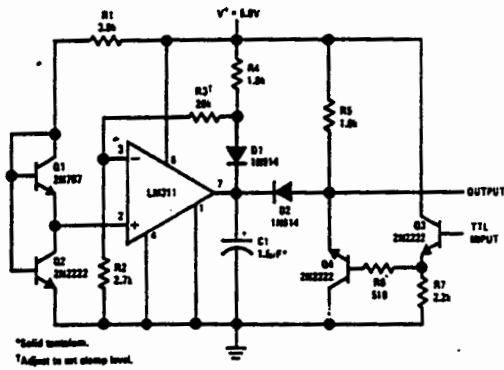
Crystal Oscillator



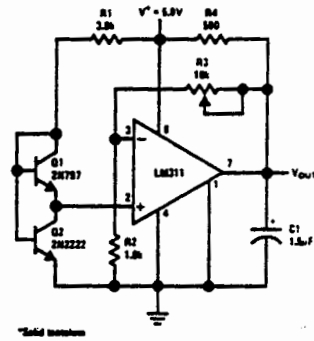
Comparator and Solenoid Driver

5

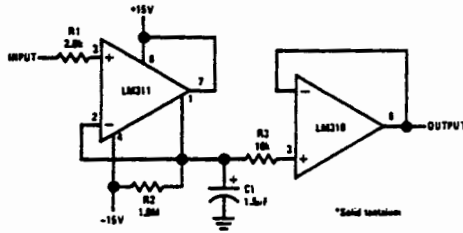
Typical Applications (Continued)



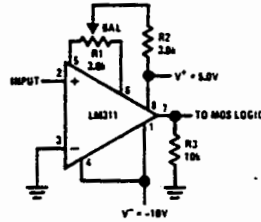
Precision Squarer



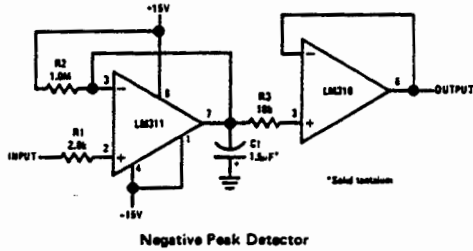
Low Voltage Adjustable Reference Supply



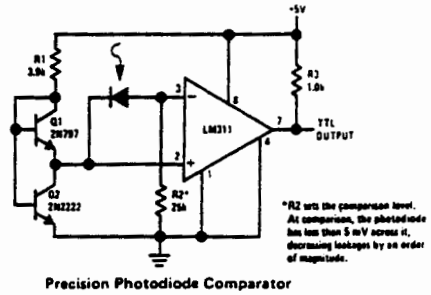
Positive Peak Detector



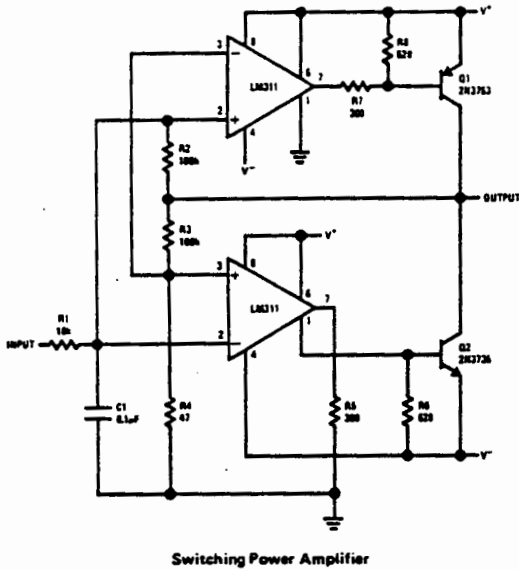
Zero Crossing Detector driving MOS logic



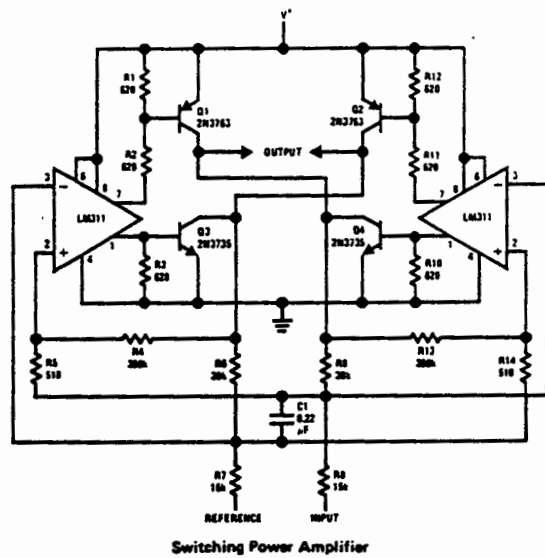
Negative Peak Detector



Precision Photodiode Comparator

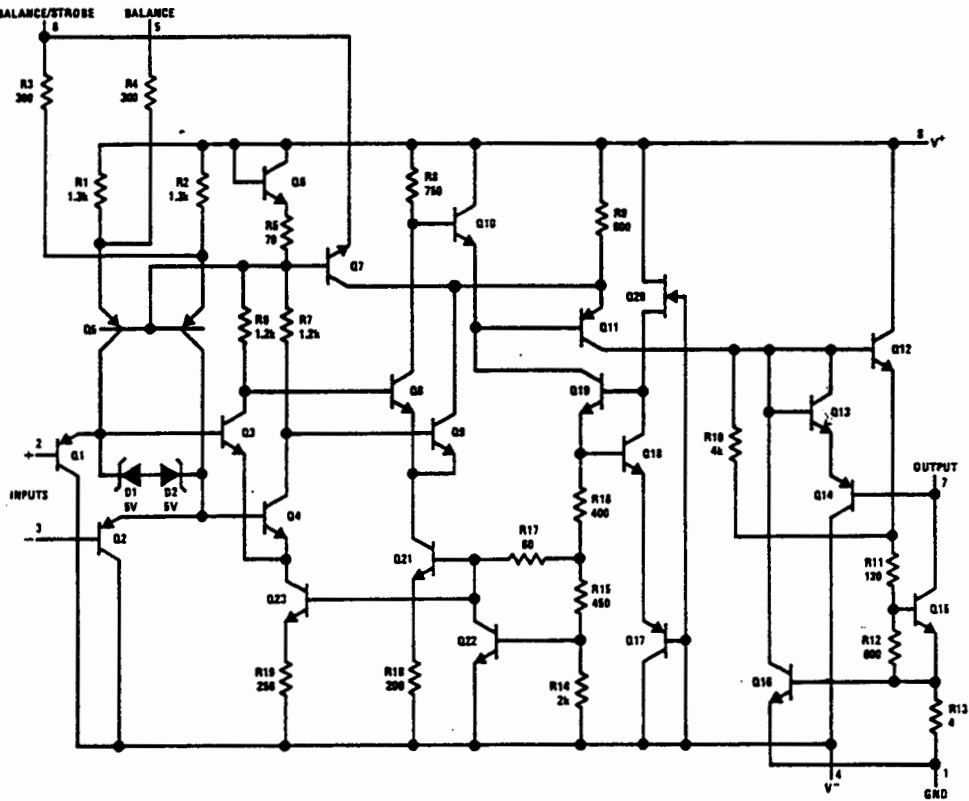


Switching Power Amplifier



Switching Power Amplifier

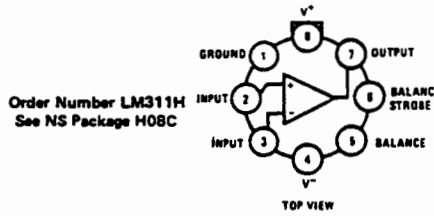
Schematic Diagram



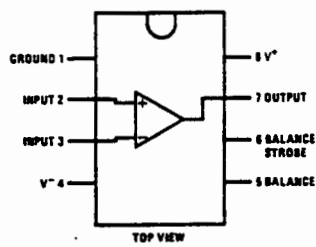
5

Connection Diagrams *

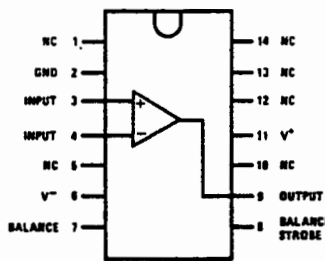
Metal Can Package



Dual-In-Line Package



Dual-In-Line Package



*Pin connections shown on schematic diagram and typical applications are for TO-5 package.

Note: Pin 6 connected to bottom of package.

Application Hints

CIRCUIT TECHNIQUES FOR AVOIDING OSCILLATIONS IN COMPARATOR APPLICATIONS

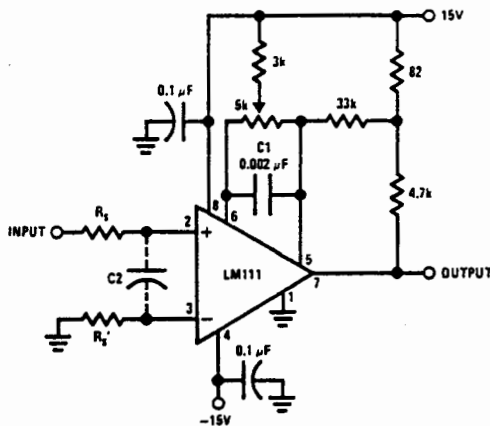
When a high-speed comparator such as the LM111 is used with fast input signals and low source impedances, the output response will normally be fast and stable, assuming that the power supplies have been bypassed (with $0.1 \mu\text{F}$ disc capacitors), and that the output signal is routed well away from the inputs (pins 2 and 3) and also away from pins 5 and 6.

However, when the input signal is a voltage ramp or a slow sine wave, or if the signal source impedance is high ($1 \text{ k}\Omega$ to $100 \text{ k}\Omega$), the comparator may burst into oscillation near the crossing-point. This is due to the high gain and wide bandwidth of comparators like the LM111. To avoid oscillation or instability in such a usage, several precautions are recommended, as shown in Figure 1 below.

1. The trim pins (pins 5 and 6) act as unwanted auxiliary inputs. If these pins are not connected to a trim-pot, they should be shorted together. If they are connected to a trim-pot, a $0.01 \mu\text{A}$ capacitor C1 between pins 5 and 6 will minimize the susceptibility to AC coupling. A smaller capacitor is used if pin 5 is used for positive feedback as in Figure 1.
2. Certain sources will produce a cleaner comparator output waveform if a 100 pF to 1000 pF capacitor C2 is connected directly across the input pins.
3. When the signal source is applied through a resistive network, R_S , it is usually advantageous to choose an R_S of substantially the same value, both for DC and for dynamic (AC) considerations. Carbon, tin-oxide, and metal-film resistors have all been used successfully in comparator input circuitry. Inductive wirewound resistors are not suitable.

4. When comparator circuits use input resistors (eg. summing resistors), their value and placement are particularly important. In all cases the body of the resistor should be close to the device or socket. In other words there should be very little lead length or printed-circuit foil run between comparator and resistor to radiate or pick up signals. The same applies to capacitors, pots, etc. For example, if $R_S = 10 \text{ k}\Omega$, as little as 5 inches of lead between the resistors and the input pins can result in oscillations that are very hard to damp. Twisting these input leads tightly is the only (second best) alternative to placing resistors close to the comparator.

5. Since feedback to almost any pin of a comparator can result in oscillation, the printed-circuit layout should be engineered thoughtfully. Preferably there should be a groundplane under the LM111 circuitry, for example, one side of a double-layer circuit card. Ground foil (or, positive supply or negative supply foil) should extend between the output and the inputs, to act as a guard. The foil connections for the inputs should be as small and compact as possible, and should be essentially surrounded by ground foil on all sides, to guard against capacitive coupling from any high-level signals (such as the output). If pins 5 and 6 are not used, they should be shorted together. If they are connected to a trim-pot, the trim-pot should be located, at most, a few inches away from the LM111, and the $0.01 \mu\text{F}$ capacitor should be installed. If this capacitor cannot be used, a shielding printed-circuit foil may be advisable between pins 6 and 7. The power supply bypass capacitors should be located within a couple inches of the LM111. (Some other comparators require the power-supply bypass to be located immediately adjacent to the comparator.)



Pin connections shown are for LM111H in 8-lead TO-5 hermetic package

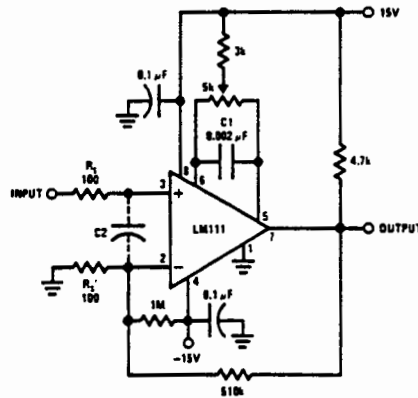
FIGURE 1. Improved Positive Feedback

Application Hints (Continued)

6. It is a standard procedure to use hysteresis (positive feedback) around a comparator, to prevent oscillation, and to avoid excessive noise on the output because the comparator is a good amplifier for its own noise. In the circuit of *Figure 2*, the feedback from the output to the positive input will cause about 3 mV of hysteresis. However, if R_5 is larger than 100Ω , such as $50\text{ k}\Omega$, it would not be reasonable to simply increase the value of the positive feedback resistor above $510\text{ k}\Omega$. The circuit of *Figure 3* could be used, but it is rather awkward. See the notes in paragraph 7 below.
7. When both inputs of the LM111 are connected to active signals, or if a high-impedance signal is driving the positive input of the LM111 so that positive feedback would be disruptive, the circuit of *Figure 1* is

ideal. The positive feedback is to pin 5 (one of the offset adjustment pins). It is sufficient to cause 1 to 2 mV hysteresis and sharp transitions with input triangle waves from a few Hz to hundreds of kHz. The positive-feedback signal across the 82Ω resistor swings 240 mV below the positive supply. This signal is centered around the nominal voltage at pin 5, so this feedback does not add to the V_{OS} of the comparator. As much as 8 mV of V_{OS} can be trimmed out, using the $5\text{ k}\Omega$ pot and $3\text{ k}\Omega$ resistor as shown.

8. These application notes apply specifically to the LM111, LM211, LM311, and LF111 families of comparators, and are applicable to all high-speed comparators in general, (with the exception that not all comparators have trim pins).



Pin connections shown are for LM111H in 8-lead TO-5 hermetic package

FIGURE 2. Conventional Positive Feedback

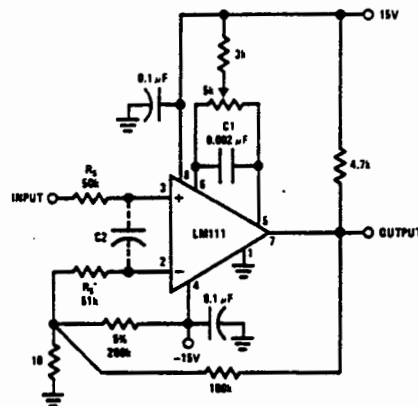


FIGURE 3. Positive Feedback With High Source Resistance