UNIVERSITÉ DE GENÈVE
Sections d'Informatique et de Physique

FACULTÉ DES SCIENCES
Profs. B. Chopard et M. Droz

Outils, modélisation et simulation en calcul numérique – Série 2

22 mars 2005

Exercice 1.
Terminer la série 1.

Exercice 2.
La complexité algorithmique de la règle de parité.
On demande d'étudier la complexité algorithmique (nombre d'opérations élémentaires) de la règle de parité définie dans l'exercice 1 de ls série 1. Démontrer les deux résultats suivants.

i) Soit T le nombre d'itérations (qui n'est pas une puissance de 2), k le nombre de 1 dans la décomposition binaire de T, alors la configuration $\psi(\cdot, \cdot; T)$ au temps t est la superposition modulo 2 de 4^k différentes translations de la condition initiale.

ii) La complexité algorithmique (asymptotique) est de l'ordre T^2.

Exercice 3.
Une règle de traffic
Soit un réseau en dimension 1 formé de N cellules avec conditions aux bords périodiques. Une cellule n_i est soit vide ($n_i = 0$), soit occupée par un véhicule ($n_i = 1$). Un véhicule dans la cellule i au temps t peut se déplacer dans la cellule voisine (par exemple $i+1$) au temps $t+1$ que si cette cellule est vide (i.e., $s_i(t) = 0$).

i) Montrer que la règle peut s'écrire sous la forme

$$n_i(t+1) = n_i(t)n_{i+1}(t) + [1 - n_i(t)]n_{i-1}(t). \tag{1}$$

ii) Montrer que cette dynamique est celle de la règle 184 de Wolfram.

iii) Exploitant le résultat du point ii) ou simulant directement la dynamique à l'aide de l'Eq. (1), étudier le flux de véhicules ϕ en fonction de la densité de véhicules ρ en réalisant le graphique $\phi = \phi(\rho)$ pour quelques valeurs de ρ.
Remarque : pour ce genre de calculs où l'affichage graphique en temps réel est secondaire, des langages plus rapides tels que le C++ ou le Fortran peuvent être plus appropriés.

iv) Interpréter le résultat obtenu sous iii).